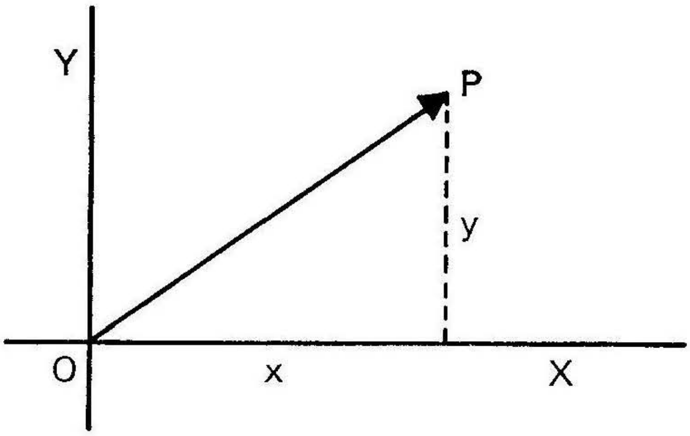
CAPÍTULO II

NÚMEROS COMPLEXOS EM FORMA TRIGONOMÉTRICA

1. **Representação geométrica dos números complexos.** Consideremos um número complexo

$$z = x + iy \quad (\text{com } x, y \in \mathbb{R})$$

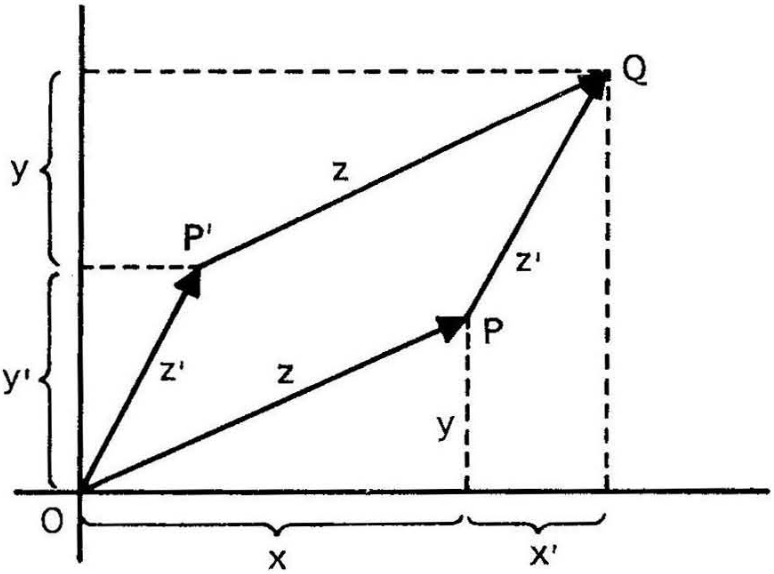
e suponhamos fixado num plano um referencial cartesiano ortogonal. Então, como é sabido, o número z é representado pelo ponto P do plano, cuja abcissa é x e cuja ordenada é y.



Ora, segundo a observação final do número anterior, o número z pode igualmente ser representado pelo vector do plano, cujas componentes são, ordenadamente, x e y.

Vamos desde já reconhecer uma das vantagens desta representação. Consideremos um segundo número complexo

$$z' = x' + iy' \quad (\text{com } x' \ y' \in \mathbb{R})$$



Então, como é sabido, $z+z'=(x+x')+i(y+y')$, isto é:

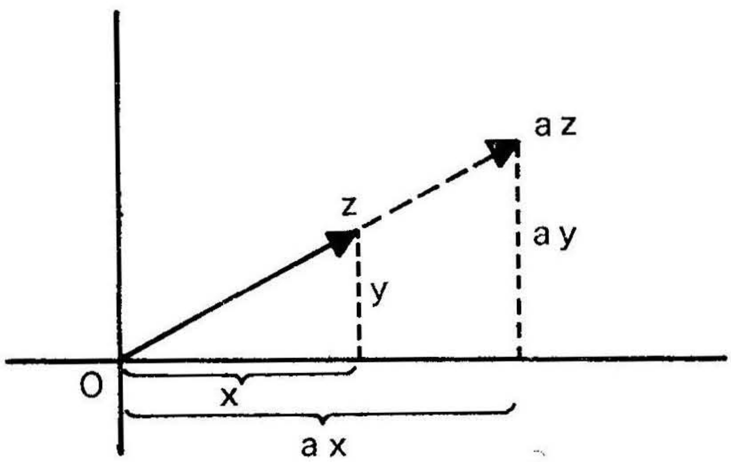
$$z \rightsquigarrow (x, y) \wedge z' \rightsquigarrow (x', y') \Rightarrow z + z' \rightsquigarrow (x + x', y + y')$$

donde, atendendo ao que foi estabelecido no Cap. I, n.º 15:

I. *O vector correspondente à soma de dois números complexos é a soma dos vectores correspondentes a esses números.*

Visto que a correspondência estabelecida entre números complexos e vectores do plano é bijectiva, podemos afirmar:

O grupo aditivo dos números complexos é isomorfo ao grupo aditivo dos vectores do plano.



Por outro lado, se *a* é um número real, tem-se:

$$az = (ax) + i(ay), \text{ isto é:}$$

$$z \hookrightarrow (x, y) \Rightarrow az \hookrightarrow (ax, ay)$$

donde:

II. *O vector correspondente ao produto dum número real a por um número complexo z é o produto de a pelo vector correspondente a z.*

A conjunção deste facto com o anterior exprime-se dizendo:

O conjunto $\mathbb{C}$ *dos números complexos é um espaço vectorial sobre* $\mathbb{R}$*, isomorfo ao espaço vectorial constituído pelos vectores do plano.*

Mas note-se que $\mathbb{C}$ é um corpo, onde é portanto definido o produto de dois elementos *quaisquer* de $\mathbb{C}$, como sendo ainda um elemento de $\mathbb{C}$ (operação interna), o que já não sucede com os vectores do plano no sentido usual.

SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS DO NÚMERO ANTERIOR:

I. a) $(-5, 13)$, $(0, 1/2)$, $(5, -25/2)$;
b) $5(x + 1) + 2(y - 3) = 0$.

II. $AC // BD$. III. a) $D \notin ABC$; b) $2x + y + 7z = 0$.

2. **Representação trigonométrica dos números complexos.** Consideremos de novo o número complexo

$$z = x + iy$$