

Conteúdo

Páginas

Amarelo de alizarina	1
Luvas de proteção	2
Óculos de segurança	3
Papel de filtro	4
Pipeta de Pasteur	6
Placa de aquecimento	7
Pompete e tetina	8
Proveta	9
Contador de Geiger-Müller	10
Rede metálica	12
Seringa	13
Suporte universal	14
Tina de vidro	14
Triângulo de porcelana	15
Tripé	16
Tubo capilar	16
Tubo de Eppendorf	17
Tubo de Plucker	18
Tubo de Thiele	18
Tubo de ustulação	20
Higrômetro	21
Amplitude (amostral)	22
Frequência absoluta	23
Frequência relativa	23
Dimensão da amostra	24
Medidas de localização	24
Medidas de dispersão	25
Distribuição de frequências	26
Proporção (Estatística)	26
Desvio padrão amostral	27
Desvio padrão populacional	28
Acontecimento	30
Tabela de frequências	31
Área de um círculo	34

Polígonos regulares	35
Conjunto dos números complexos	37
Equações trigonométricas. Exemplos	38
Radiano	41
Perímetro de uma circunferência	43
Relações trigonométricas num triângulo retângulo	44

Referências

Fontes e Editores da Página	46
Fontes, Licenças e Editores da Imagem	47

Licenças das páginas

Licença	48
---------	----

Amarelo de alizarina

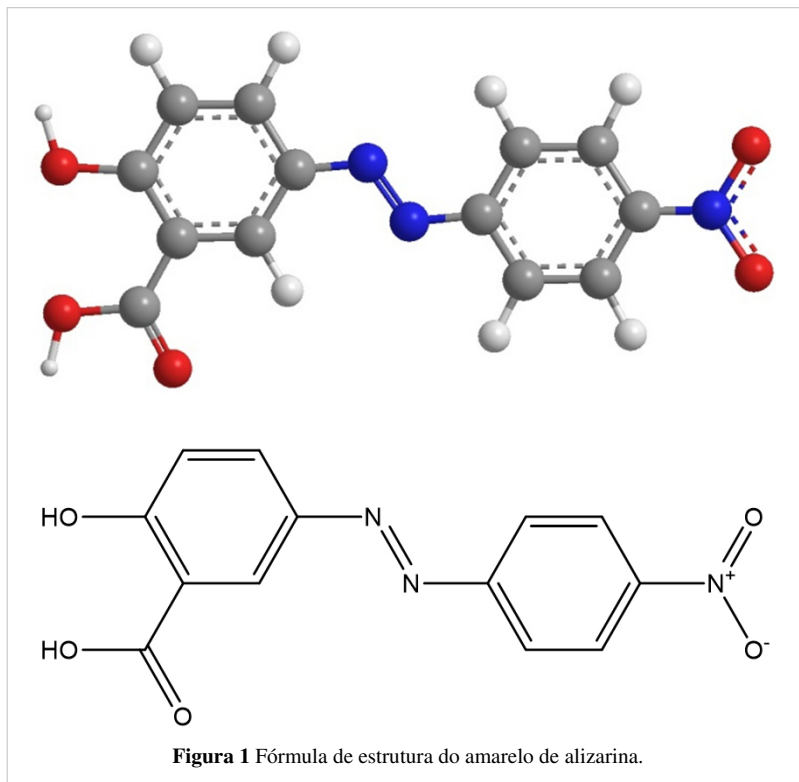
Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0707

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

O amarelo de alizarina é um composto, de fórmula química $C_{13}H_9N_3O_5$, utilizado como corante amarelo e como indicador colorimétrico de ácido-base. A sua zona de viragem vai de 10,1 a 12,0, tomando a cor amarela a pH menor que 10,1, e a cor vermelha a pH acima de 12,0, a 25 °C.^[1]

Em titulações ácido-base, o indicador deve ser escolhido de modo que a sua zona de viragem esteja contida na zona da variação brusca de pH e/ou o pH equivalente esteja contido na zona de viragem do indicador. Assim, este indicador utiliza-se para titulações de um ácido fraco com uma base forte, visto que o pH da zona de viragem se encontra na zona alcalina, ou seja, acima de 7,0, a 25 °C.



Referências

1. D. Lide, ed., *CRC handbook of chemistry and physics: a ready-reference book of chemical and physical data*, Boca Raton, Fla: CRC Press, 2009, ISBN: 978-1-420-09084-0.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] http://www.fc.up.pt/fcup/contactos/ficha_pessoal.php?login=jgoncalv

Luvas de proteção

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0708

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

As **luvas de proteção**, também designadas luvas de segurança, destinam-se a atividades laboratoriais diversas, e são consideradas pela Comissão Europeia^[1] como Equipamentos de Proteção Individual – EPI.

Existem diferentes tipos de luvas de proteção utilizados em laboratório. No entanto, os mais comuns são as luvas de látex, de nitrilo, de vinilo e as luvas de proteção térmica.

As luvas de látex, nitrilo e vinilo permitem o manuseamento de pequenos objetos e são utilizadas essencialmente para proteção contra

agentes químicos corrosivos, tóxicos ou nocivos. Por outro lado, as luvas de proteção térmica são de muito maior espessura, feitas de material com baixa condutividade térmica, sendo utilizadas para evitar queimaduras ao manusear objectos a temperaturas elevadas.



Figura 1 Luvas de proteção.

Referências

1. European Commission: Personal Protective Equipment Guidelines ^[1], consultado em 28/11/2012.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] http://ec.europa.eu/enterprise/sectors/mechanical/files/ppe/ppe-guidelines_en.pdf

Óculos de segurança

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0709

Autor: *Daniel Ribeiro*

Editor: *Jorge Gonçalves* ^[1]

Os **óculos de segurança** fazem parte do material de segurança indispensável a um qualquer experimentalista. Este tipo de óculos é considerado um Equipamento de Proteção Individual – EPI.

Habitualmente, a armação e as lentes dos óculos de segurança utilizados em laboratório são fabricados a partir de policarbonatos e possuem um ângulo de visão de 180°. Este tipo de óculos possui a particularidade de poder ser utilizado em sobreposição com eventuais óculos pessoais graduados do experimentalista.

Para além destas particularidades, os

óculos de segurança fornecem, geralmente, proteção lateral através de armações laterais largas com orifícios de ventilação para evitar o embaciamento aquando da sua utilização. É conveniente que os óculos de segurança possuam proteção contra radiações ultravioleta e, preferencialmente, armação e lentes incolores.



Figura 1 Óculos de segurança.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Papel de filtro

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0710

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

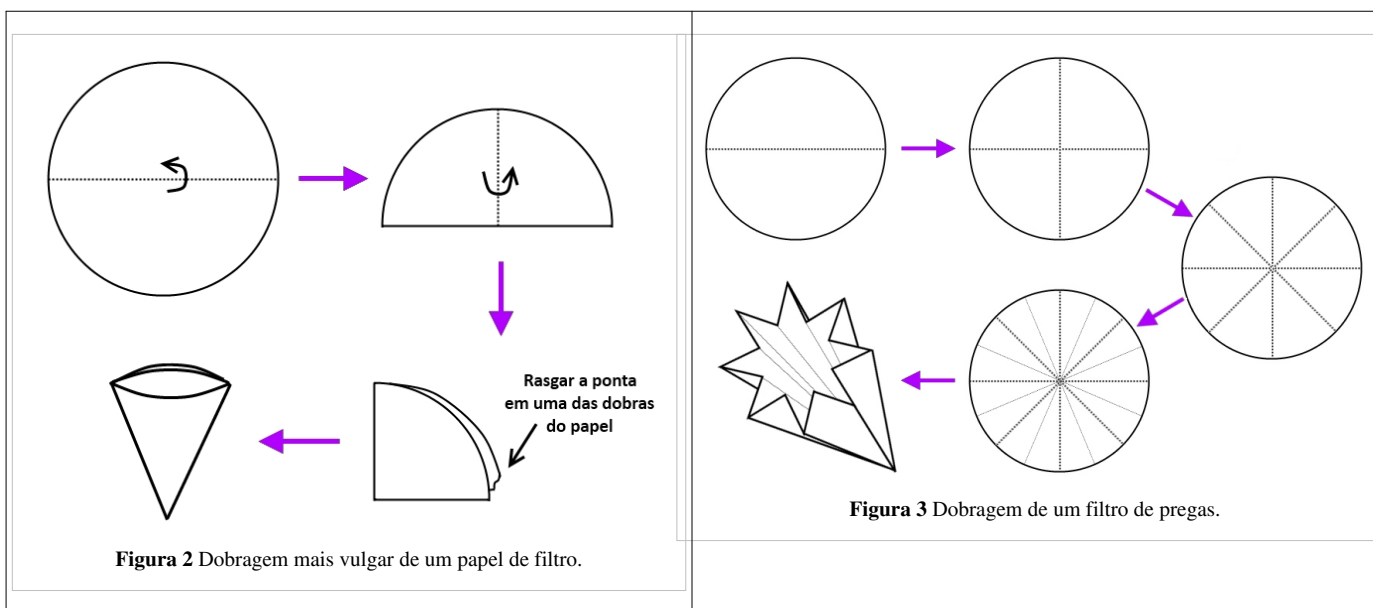
O **papel de filtro** (ver figura 1) é um tipo de papel utilizado como meio filtrante quer em filtrações simples, quer em filtrações a pressão reduzida. Trata-se de um tipo de papel com elevado grau de celulose e, em alguns casos, algodão. Os papéis de filtro distinguem-se uns dos outros pela dimensão dos seus poros. Como é óbvio, quanto maior a dimensão das porosidades do papel, menos eficiente será o filtro.^[1] No entanto, é necessário ponderar a relação entre a eficiência da filtração e o tempo em que ela decorrerá. Quanto maiores forem os poros menor o tempo que demora a filtração.

A dimensão dos poros de qualquer papel de filtro situa-se geralmente na ordem da milésima parte do milímetro – o micrómetro (μm), 10^{-6} m.^[1] Cada experimentalista deverá decidir que papel de filtro deve utilizar, de acordo com as dimensões das partículas dos precipitados que ele terá que filtrar.

O papel de filtro utilizado em funis de Büchner, para filtrações por pressão reduzida, consiste simplesmente num pedaço de papel com forma circular. Quando se utilizam funis cónicos (filtração simples), o papel tem de ser dobrado adequadamente para poder conter a mistura em filtração. A figura 2 mostra o modo de realizar a dobragem. Numa filtração com filtro de pregas (que serve para aumentar a superfície de contacto da mistura com o papel de filtro), é necessário proceder conforme a figura 3.



Figura 1 Papel de filtro.



Referências

1. Whatman: Papel de filtro – Um guia ^[1], consultado em 28/11/2012.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] http://193.218.17.133/ex/downloads/filtration/Whatman_filter_paper_guide_pt.pdf

Pipeta de Pasteur

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0711

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma **pipeta de Pasteur** é um utensílio tipo conta-gotas, geralmente formado por um tubo de vidro de ponta afilada que, enchendo-se por sucção, serve para efetuar a transferência de pequenas porções de líquidos – figura 1.

As pipetas de Pasteur não contêm graduação mas podem ser usadas de um modo semi-quantitativo contando o número de gotas de líquido transferido. Estas pipetas têm grande aplicação no campo da microbiologia, por se pretender aspirar quantidades muito pequenas de líquidos e sem volume definido.

As pipetas de Pasteur de plástico também são bastante comuns em trabalhos de bioquímica e microbiologia, visto que são utilizadas maioritariamente soluções aquosas. No entanto, não podem ser utilizadas com a maioria dos solventes orgânicos (acetona, hexano e outros).



Figura 1 Pipeta de Pasteur.

Referências

1. J. Ridley, *Essentials of clinical laboratory science*, Clifton Park, NY: Delmar, Cengage Learning, 2011 **ISBN: 978-1-435-44814-8**.
2. S. Pedersen, *Understanding the principles of organic chemistry: a laboratory course*, Belmont, CA: Brooks/Cole Cengage Learning, 2010, **ISBN: 978-0-495-82993-5**.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Placa de aquecimento

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0712

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma **placa de aquecimento** é um dispositivo utilizado para efetuar aquecimento de substâncias contidas em recipientes, sem o uso de chamas. São constituídos por uma resistência elétrica que, por efeito Joule, aquece uma placa metálica onde se colocam recipientes de fundo chato, como copos ou matrizes.^[1]

Grande parte das placas de aquecimento utilizadas em laboratório possui um sistema de agitação magnética integrado e são muito úteis quando é necessário aquecer uma substância com agitação constante.



Figura 1 Placa de aquecimento.^[2]

Referências

1. J. Ledgard, *The laboratory history of chemical warfare agents*, South Bend, IN: Paranoid Publications Group, 2006, **ISBN: 978-1-411-69432-3**.
2. Wikimedia Commons: Hot plate ^[1], consultado em 28/11/2012.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cd/Hot_plate.jpg

Pompete e tetina

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0713

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

As **pompets** e as **tetinas** são utensílios de borracha ou de plástico que se utilizam para auxiliar o enchimento de pipetas e conta-gotas para aspirar líquidos do interior de frascos. Uma pompete consiste num bolbo de borracha de forma esférica com três tubuladuras (válvulas) que permitem encher e esvaziar facilmente as pipetas e expulsar o ar – figura 1. Utiliza-se para auxiliar o enchimento de pipetas com líquidos tóxicos ou corrosivos. Uma tetina tem menor dimensão e forma alongada (geralmente forma de pêra) e aplica-se a pipetas de Pasteur e conta-gotas.



Figura 1 Pompete.

O enchimento com o apoio de uma tetina é bastante simples e intuitivo. No entanto, no caso de uma pompeta, ou propipeta, há que manusear as tubuladuras (válvulas) de modo apropriado. A válvula superior possui a letra **A**, uma referência à palavra ar, a válvula inferior possui a letra **S**, relativa à palavra sucção e a válvula lateral possui a letra **E**, de expulsão.

Assim, ao realizar uma operação com uma pompete, é necessário pressionar a válvula **A** e expulsar o ar da pompeta. Depois de encaixar a parte inferior da pompete na pipeta, é necessário mergulhar a pipeta no líquido a pipetar e pressionar a válvula **S** para o líquido começar a ascender. Por fim, para transferir o líquido para outro recipiente é necessário pressionar a válvula **E**, e deixar o líquido fluir da pipeta (em posição vertical) para o outro recipiente.^[1] Apesar das pipetas já levarem em conta a última porção de líquido que resta depois do processo de esvaziamento, pode haver necessidade de expelir esse líquido restante.

Referências

1. Department of Chemistry, York University: Pipettes ^[1], consultado em 28/11/2012.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] <http://www.chem.yorku.ca/courses/chem1000/equipment/pipette.html>

Proveta

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0714

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma **proveta** é um utensílio cilíndrico, estreito e alto, destinado a medir volumes de líquidos. A norma portuguesa NP-183: 1959 refere três tipos de provetas: proveta (sem graduação), proveta graduada (ver figura 1) e proveta graduada com rolha esmerilada. Como sucede em grande parte do material de vidro graduado, existem duas classes de provetas graduadas, de acordo com a incerteza da sua escala. Assim, uma proveta de classe B possui uma incerteza maior que uma proveta de classe A (ver tabela 1).



Figura 1 Proveta graduada.

Capacidade / mL	Classe A / mL	Classe B / mL
Tabela 1 - Comparação da incerteza entre provetas de classe A e provetas de classe B (Adaptado de [1]).		
1	-	-
5	-	-
10	$\pm 0,08$	$\pm 0,1$
25	$\pm 0,14$	$\pm 0,3$
50	$\pm 0,20$	$\pm 0,4$
100	$\pm 0,35$	$\pm 0,6$

$\backslash(250\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 0,65\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 1,4\backslash)$
$\backslash(500\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 1,10\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 2,6\backslash)$
$\backslash(1000\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 2,00\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 5,0\backslash)$
$\backslash(2000\backslash)$	$\backslash(-\backslash)$	$\backslash(\backslash\text{pm} \backslash 10,0\backslash)$

Quando se pretende transferir um dado volume de líquido com maior precisão deve utilizar-se uma pipeta volumétrica. As provetas podem ser feitas de vidro ou plástico. Soluções aquosas fortemente alcalinas devem ser medidas com provetas de plástico ao passo que solventes orgânicos devem ser medidos com provetas de vidro.

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, ISBN: 978-0-596-51492-1.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Contador de Geiger-Müller

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0715

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **contador de Geiger-Müller**, por vezes referido como contador de Geiger, é um aparelho utilizado para detetar diferentes tipos de radiações ionizantes.

O contador de Geiger-Müller foi desenvolvido, inicialmente, em 1908, pelo físico alemão Hans Geiger (1882 – 1945) e pelo físico nuclear Ernest Rutherford (1871 – 1937).^[1] No entanto, o contador desenvolvido por Geiger detetava apenas partículas alfa. O aluno de doutoramento de Geiger, o físico alemão Walther Müller (1905 – 1979) juntou-se no vasto trabalho de aperfeiçoamento do contador de Geiger, conseguindo, em 1928, produzir um aparelho que detetava diversas radiações ionizantes.^[1]

O contador de Geiger-Müller (figura 2) é constituído por:

- Um tubo de Geiger-Müller



Figura 1 Contador de Geiger-Müller.^[3]

- Um sistema de amplificação de sinal
- Um sistema de registo de sinal

O tubo de Geiger-Müller, cujo esquema se apresenta, consiste num tubo metálico (que funciona como cátodo) cheio com um gás inerte (hélio ou árgon, por exemplo) a pressão reduzida e um fio central (que funciona como ânodo). Entre os dois eléctrodos é estabelecida uma diferença de potencial bastante elevada.^[2]

Quando uma radiação ionizante passa através do tubo, algumas das moléculas de gás de enchimento são ionizadas, originando catiões e electrões. O forte campo eléctrico criado pelos eléctrodos acelera os iões para o cátodo e os electrões para o ânodo. Ao longo desse trajeto, as partículas adquirem energia suficiente para ionizar moléculas adicionais de gás.

Isto resulta num impulso intenso de corrente eléctrica que pode ser medido e contado. A maioria dos detectores inclui um amplificador de áudio, que produz um estalido na descarga. O número de impulsos por segundo mede a intensidade do campo de radiação.^[2]

Embora útil, barato e robusto, um contador de Geiger-Müller não mede a energia das radiações; só deteta a presença e mede a intensidade da radiação (número de partículas detectadas num intervalo de tempo). O contador de Geiger-Müller tem aplicações nas áreas de física nuclear, geofísica, terapias médicas com isótopos e radiografias.

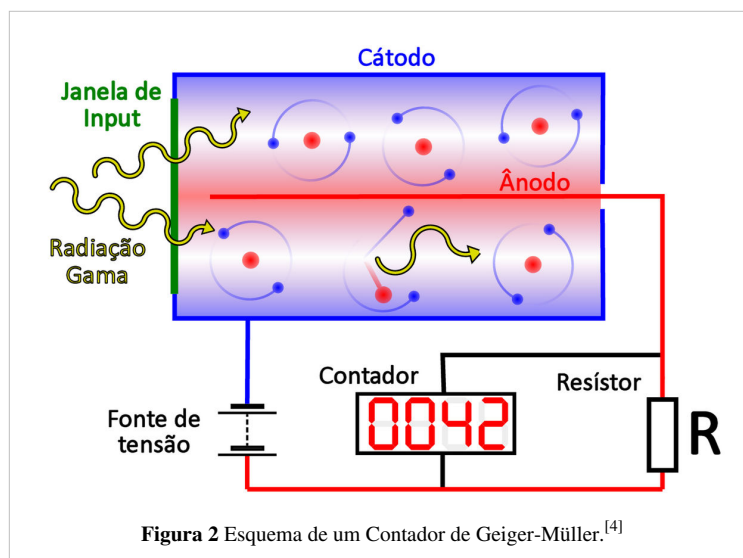


Figura 2 Esquema de um Contador de Geiger-Müller.^[4]

Referências

1. C. Iliffe, *An introduction to nuclear reactor theory*, Manchester Greater Manchester Dover, N.H., USA: Manchester University Press, 1984, **ISBN: 978-0-719-00953-2**.
2. L. Campbell, *Atoms and waves*, London Boston: Routledge & K. Paul, 1975, **ISBN: 978-0-710-07740-0**.
3. Wikimedia Commons: Geiger counter^[1], consultado em 28/11/2012.
4. Wikimedia Commons: Geiger Mueller Counter with Circuit^[2], consultado em 28/11/2012.

Criada em 28 de Novembro de 2012

Revista em 29 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

[1] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/40/Geiger_counter.jpg

[2] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/44/Geiger_Mueller_Counter_with_Circuit-en.svg

Rede metálica

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0716

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Para evitar o sobreaquecimento de peças de vidro em trabalhos laboratoriais utilizam-se **redes metálicas** (ver figura 1) que se interpõem entre a chama e o recipiente a aquecer. Estas redes têm forma quadrada, tendo no meio um disco cerâmico (antigamente este disco era de amianto) que contribui para tornar a aquecimento mais homogêneo.^[1] Os recipientes a aquecer, que são pousados sobre a rede, devem ser de fundo plano.

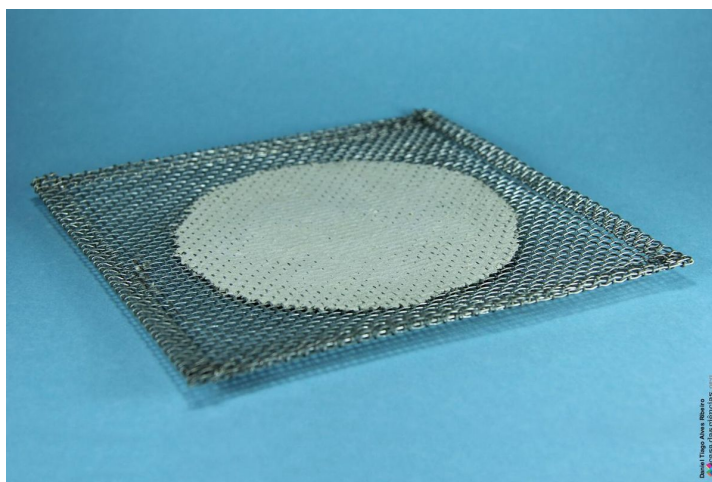


Figura 1 Rede metálica.

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, **ISBN: 978-0-596-51492-1**.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Seringa

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0717

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma **seringa** (ver figura 1) é um instrumento utilizado em laboratório e consiste num cilindro (de plástico ou de vidro), habitualmente graduado, com um êmbolo no seu interior. É possível adaptar uma agulha no bico da seringa.

As seringas podem servir para injetar líquidos ou gases através de membranas que são perfuradas pela agulha. Podem também ser integradas em montagens laboratoriais para recolher gases libertados e adicionar reagentes. Através da escala da seringa, é possível determinar a quantidade de gás libertada numa reação química.



Figura 1 Seringa.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Suporte universal

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0718

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **suporte universal** consiste numa vara metálica vertical fixada numa base metálica estável (retangular ou triangular) e serve para a sustentação de peças de laboratório.

É neste tipo de suportes que se prendem as pinças de buretas e as nozes que irão sustentar garras, argolas de metal, suportes de funis e outros acessórios de sustentação de material de laboratório.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Tina de vidro

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0719

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma **tina de vidro** (ver figura 1), ou prato de cristalização, é um recipiente de formato cilíndrico e pequena altura utilizado essencialmente para obter cristais por evaporação do solvente. Podem, no entanto, também ser usadas noutras aplicações, nomeadamente na proteção dos operadores em reações química violentas, que são realizadas no seu interior, evitando salpicos para o exterior.



Figura 1 Tina de vidro.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Triângulo de porcelana

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0720

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **triângulo de porcelana** é um utensílio destinado a suportar cadinhos em aquecimento e consiste numa estrutura metálica triangular revestida por material cerâmico (tubos de sílica ou de porcelana). Este triângulo de porcelana é assente num tripé ou noutro utensílio de sustentação equivalente.^[1] Permite que a chama entre em contacto directo com a peça em aquecimento, daí ser utilizado quase exclusivamente com cadinhos.



Figura 1 Triângulo de porcelana.

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, **ISBN: 978-0-596-51492-1**.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Tripé

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0721

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **tripé** é um aro metálico circular suportado por três hastes de ferro (pernas) e utiliza-se para suportar recipientes submetidos a aquecimento por um bico de gás.

É sobre o tripé que se assentam as redes metálicas e os triângulos de porcelana, que sustentam o material de vidro ou os cadinhos submetidos a aquecimento com chama.^[1]

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, ISBN: 978-0-596-51492-1.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Tubo capilar

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0722

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Os **tubos capilares** vulgarmente utilizados nos laboratórios de Química (ver figura 1) são tubos de vidro de secção circular muito pequena (normalmente inferior a 1 mm^2) e destinam-se principalmente à determinação de pontos de fusão, pontos de ebulição e à colocação de amostras em cromatografia em papel e placa.

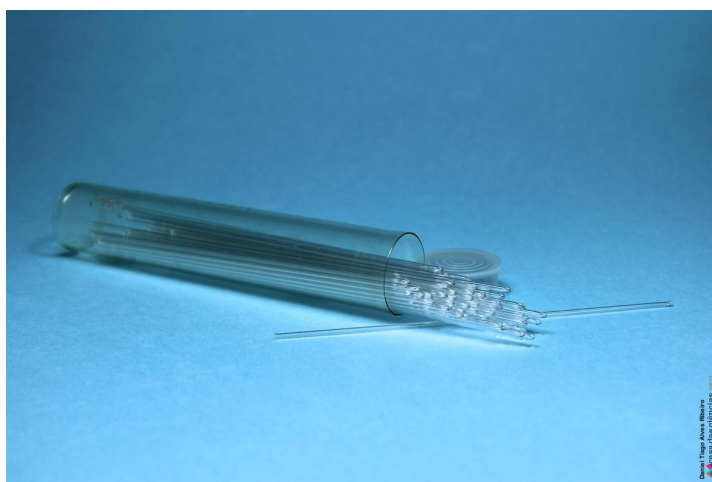


Figura 1 Tubo capilar.

Criada em 29 de Novembro de 2012

Revista em 30 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Tubo de Eppendorf

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0723

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **tubo de Eppendorf**, também designado por tubo de microcentrífuga, é um pequeno tubo de plástico (vulgarmente polipropileno) com formato cilíndrico e fundo cônico, com tampa acoplada.^[1]

O tubo de Eppendorf mais comum é o de 1,5 mL (4 cm) mas existem tubos ainda menores (200 µL). Podem suportar temperaturas baixas ($\sim$ 20°C) e solventes orgânicos. Apesar de bastante utilizados na área de Biologia, os tubos de Eppendorf são também utilizados nas áreas de Química e Bioquímica, para armazenar amostras ou para aplicar em microcentrifugadoras.



Figura 1 Tubos de Eppendorf.^[2]

Referências

1. Eppendorf: PCR consumables from Eppendorf^[1], consultado em 30/11/2012.
2. Wikimedia Commons: Eppendorf tubes^[2], consultado em 30/11/2012.

Criada em 30 de Novembro de 2012

Revista em 03 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 19 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] http://de.sitestat.com/eppendorf/com/s?en.download.brochure.pcr_consumables&ns_type=pdf&ns_url=http://www.eppendorf.com/script/binres.php?RID=116753&DOW=1&pb=d2cc78f3fde23e40
- [2] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6d/Eppendorf_tubes.jpg

Tubo de Plucker

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0724

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **tubo de Plucker** consiste num tubo de vidro com um estreitamento na sua parte média sendo munido de dois eléctrodos nas extremidades para permitir que se efectuem descargas eléctricas através do gás contido no tubo.^[1]

O tubo de Plucker deve o seu nome ao físico e matemático alemão Julius Plücker (1801 – 1868), um pioneiro na investigação de tubos de raios catódicos.

Os tubos de Plucker são cheios com um gás e selados. Ao efectuar uma descarga entre os eléctrodos, o gás contido no tubo é excitado e, na desexcitação, é emitida radiação. Esta radiação pode ser analisada espectroscopicamente de forma a obter o espectro de emissão característico do gás.^[1]

Os tubos de Plucker são um importante contributo para o estudo da estrutura dos átomos.

Referências

1. E. Houston, *The wonder book of the atmosphere*, New York: Frederick A. Stokes Company, 1907.
-

Criada em 30 de Novembro de 2012

Revista em 03 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 20 de Dezembro de 2012

Tubo de Thiele

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0725

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **tubo de Thiele**, assim denominado devido ao químico alemão Johannes Thiele, é um utensílio de laboratório que se utiliza, principalmente, para determinação de pontos de fusão de substâncias. É um tubo de vidro munido de um braço lateral (bypass) onde se realiza o aquecimento do líquido contido no tubo. Este tubo foi concebido para conter o óleo de aquecimento na determinação de pontos de fusão.^[1]

A forma do tubo de Thiele e o aquecimento no braço lateral permite a formação de correntes de convecção no óleo, que permitem manter uma temperatura bastante uniforme em todo o óleo.

Na utilização de um tubo de Thiele para determinação de pontos de fusão, a amostra deve ser colocada num tubo capilar e este deve ser fixado a um termómetro através de um elástico. É importante que o elástico esteja acima do nível do óleo para não ser danificado, provocando a queda do capilar no banho de aquecimento. O tubo de Thiele é aquecido utilizando um bico de gás. Durante o aquecimento, a temperatura à qual se observa a fusão é denominada “ponto de fusão” da amostra. A velocidade de aquecimento perto do ponto de fusão deve ser bastante baixa (cerca de 2 °C por minuto) para assegurar que a velocidade de transmissão de calor não seja superior à velocidade de elevação de temperatura registada no termómetro.

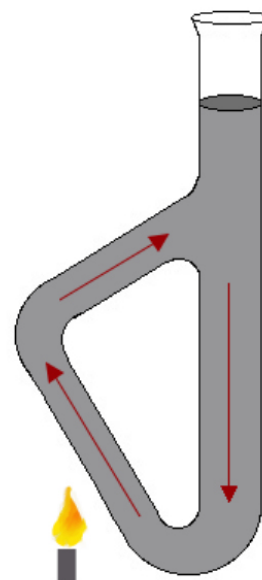
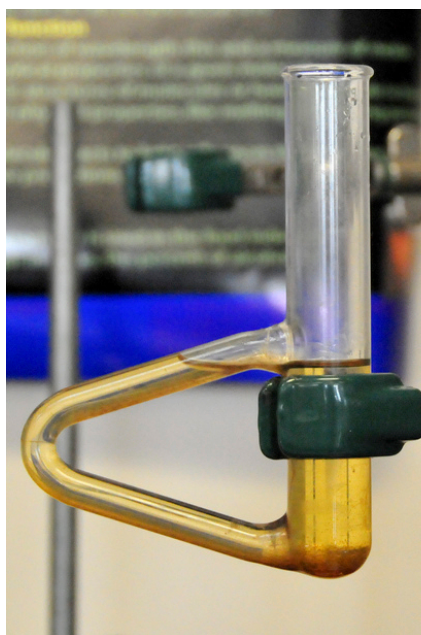


Figura 1 Tubo de Thiele.^[2]

Referências

1. Department of Chemistry, Faculty of Science, University of Calgary: Organic Laboratory Techniques ^[1], consultado em 30/11/2012.
2. Wikimedia Commons: Eppendorf tubes ^[2], consultado em 30/11/2012.

Criada em 30 de Novembro de 2012

Revista em 03 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 20 de Dezembro de 2012

Referências

- [1] <http://www.chem.ucalgary.ca/courses/351/laboratory/meltingpoint.pdf>
[2] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f1/Thiele_Tube.jpg

Tubo de ustulação

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(12):0726

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **tubo de ustulação** (ver figura 1) é um pequeno tubo, com o formato de um tubo de ensaio, concebido para ustular (aquecimento a temperaturas elevadas na presença de oxigénio) substâncias por aquecimento direto num bico de gás.

Um tubo de ustulação possui cerca de metade do diâmetro e um terço do comprimento de um tubo de ensaio e tem normalmente uma parede mais grossa.



Figura 1 Tubo de ustulação.

Criada em 30 de Novembro de 2012

Revista em 03 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 20 de Dezembro de 2012

Higrómetro

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(11):0727

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um **higrómetro** (ver figura 1) é um instrumento destinado a medir a humidade atmosférica.

As primeiras observações de que a lâ aumenta de peso com a humidade remontam ao século XV. O primeiro instrumento de medição da humidade atmosférica, precursor do higrómetro mais moderno, foi um instrumento criado por Johann Heinrich Lambert (1728 – 1777). Os suíços Horace Bénédict de Saussure (1740 – 1799) e Jean-André de Luc (1727 – 1817) também contribuíram para a elaboração de diferentes higrómetros. Saussure, em 1783, criou um higrómetro cuja medida era baseada na alteração do comprimento de um fio de cabelo com a humidade atmosférica.^[1] Por outro lado, André de Luc criou um instrumento de funcionamento semelhante a partir de

um corte bastante fino de um osso de baleia.^[2] Historicamente, outro importante higrómetro foi o criado pelo inglês John Frederic Daniell (1790 – 1845), porém, este exigia uma montagem mais dispendiosa e uma medição mais demorada.^[2,3]

Existem cinco grandes grupos de higrómetros: os psicrómetros, os higrómetros de absorção, os higrómetros de condensação, os higrómetros eléctricos e os higrómetros químicos.

Os psicrómetros são constituídos por dois termómetros colocados lado a lado, um com bolbo seco e outro com o bolbo húmido com gaze molhada em água destilada. Devido à evaporação da água, o termómetro húmido registará uma temperatura inferior ao termómetro seco. É a partir da diferença de temperaturas entre os termómetros que é possível calcular a humidade atmosférica.^[4]

Os higrómetros de absorção correspondem aos instrumentos do tipo dos utilizados por Saussure e por de Luc, para determinar a humidade do ar utilizando a absorção do vapor de água por uma substância química higroscópica.

O princípio de funcionamento dos higrómetros de condensação é muito idêntico ao dos psicrómetros. Numa superfície fria faz-se passar vapor de água que condensa e é da diferença de temperatura entre o condensado e a temperatura ambiente que se consegue determinar a humidade atmosférica.

Os higrómetros eléctricos funcionam devido à variação da resistência eléctrica de uma substância com a humidade atmosférica. Nestes higrómetros são utilizados eléctrodos metálicos revestidos com sais que captam a humidade



Figura 1 Higrómetro.

atmosférica e fazem variar a resistência elétrica dos elétrodos. Uma determinada resistência corresponderá, consequentemente, a uma determinada humidade atmosférica.^[3]

Os últimos dos principais tipos de higrómetros são os higrómetros químicos. Estes utilizam substâncias hidrofílicas como base de funcionamento. A humidade atmosférica é determinada a partir do aumento de massa da substância hidrofílica devida ao vapor de água captado.

Referências

1. The Encyclopedia of Earth: De Saussure, Horace Bénédic^[1], consultado em 09/11/2012.
2. C. F. Partington, ed., *The British cyclopaedia of the arts, sciences, history, geography, literature, natural history, and biography*, Volume I, London: Orr & Smith, 1838.
3. K. Hile, *The handy weather answer book*, Canton, MI: Visible Ink Press, 2009, ISBN: 978-1-578-59221-0.
4. R. K. Rajput, *Engineering thermodynamics*, Jones & Bartlett Learning, 2009, ISBN: 978-1-934-01514-8.

Criada em 09 de Novembro de 2012

Revista em 27 de Novembro de 2012

Aceite pelo editor em 20 de Dezembro de 2012

Referências

[1] http://www.eoearth.org/article/De_Saussure,_Horace_B%C3%A9n%C3%A9dict

Amplitude (amostral)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0728

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Amplitude de uma amostra (ou coleção) de dados de tipo quantitativo é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da amostra

$$R = \text{Máximo} - \text{Mínimo}$$

A amplitude é a medida mais simples para medir a variabilidade ou dispersão dos dados.

Tem de se ter o devido cuidado na sua utilização, pois basta haver na amostra uma ou mais observações muito maiores ou muito menores que as restantes para que a amplitude não reflita a dispersão do conjunto dos dados por esta ser muito sensível a essa, ou essas, observações. Por exemplo, os dois conjuntos de dados representados a seguir,

$(1 \text{ } \square \text{ } 1,2 \text{ } \square \text{ } 1,5 \text{ } \square \text{ } 1,7 \text{ } \square \text{ } 1,8 \text{ } \square \text{ } 1,9 \text{ } \square \text{ } 2 \text{ } \square \text{ } 2,3 \text{ } \square \text{ } 2,5 \text{ } \square \text{ } 2,6 \text{ } \square \text{ } 8)$

$(1 \text{ } \square \text{ } 2 \text{ } \square \text{ } 2,5 \text{ } \square \text{ } 4 \text{ } \square \text{ } 4,5 \text{ } \square \text{ } 5,5 \text{ } \square \text{ } 6 \text{ } \square \text{ } 6,4 \text{ } \square \text{ } 7 \text{ } \square \text{ } 7,5 \text{ } \square \text{ } 8)$

têm a mesma amplitude, igual a 7, mas a sua variabilidade é muito diferente:



Criada em 20 de Fevereiro de 2012

Revista em 20 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Frequência absoluta

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0729

Autor: *Maria Eugénia Graça Martins*

Editor: *José Francisco Rodrigues*

Em Estatística, a **frequência absoluta** (ou só **frequência**) de uma *categoria* ou *classe* é o número de elementos da amostra (ou coleção de dados) que pertencem a essa *categoria* ou *classe*.

Ver

- Distribuição de frequências;
 - Tabela de frequências.
-

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Frequência relativa

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0730

Autor: *Maria Eugénia Graça Martins*

Editor: *José Francisco Rodrigues*

Em Estatística, a **frequência relativa** de uma *categoria* ou *classe* é o resultado da divisão da frequência absoluta dessa *categoria* ou *classe* pelo número de elementos da amostra (ou coleção de dados).

Porcentagem de uma *categoria* ou *classe* é a frequência relativa dessa *categoria* ou *classe* a multiplicar por 100.

Ver

- Distribuição de frequências
 - Tabela de frequências
 - A Frequência Relativa para Estimar a Probabilidade ^[1]
-

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Referências

[1] <http://www.alea.pt/html/statofic/html/dossier/html/dossier.html>

Dimensão da amostra

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0731

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Ver

- Amostra.
-

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Medidas de localização

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0732

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

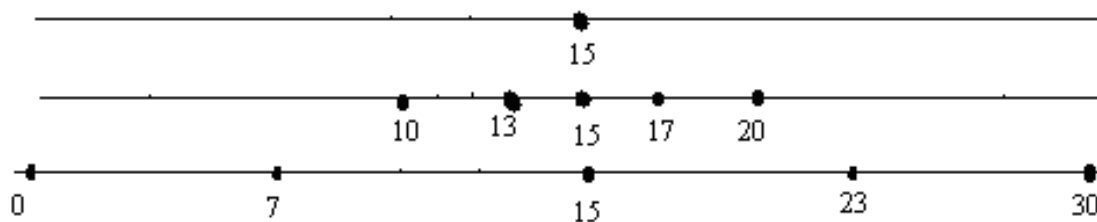
Medidas de localização de uma amostra (ou colecção) de dados de tipo quantitativo, são estatísticas que resumem a informação da amostra, dando indicação quer do centro da distribuição dos dados, de que são exemplos a média e a mediana, quer de outros pontos importantes dessa distribuição, de que são exemplos os quartis.

As medidas de localização amostrais média, mediana e quartis, dão informação sobre as correspondentes características populacionais ou parâmetros da população (ou variável aleatória) de onde se seleccionou a amostra, respectivamente valor médio, mediana populacional e quartis populacionais.

Existe uma outra medida que é a moda, que localiza a categoria ou classe de maior frequência em dados qualitativos ou quantitativos discretos, ou os picos da distribuição de frequências para dados contínuos.

Para caracterizar os dados de uma amostra não são suficientes as **medidas de localização**. Considerem-se, por exemplo, os três conjuntos de dados

Conjunto 1	15	15	15	15	15
Conjunto 2	10	13	15	17	20
Conjunto 3	0	7	15	23	30



Embora tenham a mesma média e mediana, têm um aspeto bem diferente no que diz respeito à variabilidade ou dispersão, sendo assim necessário definir outras medidas, as medidas de dispersão, que medem essa variabilidade ou dispersão presente nos dados.

Criada em 13 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Medidas de dispersão

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0733

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Medidas de dispersão de uma amostra (ou coleção) de dados de tipo quantitativo são estatísticas que resumem a informação contida na amostra, dando indicação da variabilidade ou dispersão da distribuição dos dados, ou seja, da maior ou menor dispersão dos dados relativamente a alguma medida de localização.

As medidas de dispersão mais utilizadas são a amplitude, a amplitude interquartil e o desvio padrão amostral. Estas medidas dão informação sobre as correspondentes características populacionais ou parâmetros da população (ou variável aleatória) de onde se selecionou a amostra, respetivamente amplitude populacional, amplitude interquartil populacional e desvio padrão populacional.

Para caracterizar os dados da amostra não são suficientes as **medidas de dispersão**, sendo necessário considerar ainda as medidas de localização. Como a medida de localização mais utilizada é a média, será relativamente a ela que se define a principal **medida de dispersão** - o desvio padrão amostral.

Criada em 13 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Distribuição de frequências

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0734

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Quando se está a analisar um conjunto de dados, se estes são de tipo qualitativo podem assumir várias modalidades ou *categorias*. Na organização destes dados começa-se por considerar as diferentes *categorias* e para cada uma delas calcula-se a sua frequência absoluta. Uma vez as frequências calculadas para cada categoria temos a **distribuição das frequências**.

Se os dados são de natureza quantitativa discreta, consideram-se os valores distintos que surgem na amostra, a que chamamos classes e para cada classe calcula-se a frequência absoluta, obtendo-se a **distribuição de frequências**.

Se os dados são de natureza quantitativa contínua, os dados são organizados em classes, mas as *classes* são intervalos. Para cada uma das classes calcula-se a frequência absoluta, obtendo-se a **distribuição de frequências**.

As distribuições de frequências apresentam-se na forma de tabelas de frequências. Na construção destas tabelas é dada informação mais completa sobre a forma de proceder ao agrupamento dos dados, nomeadamente no que diz respeito aos dados contínuos, em que a formação das classes não é imediata como no caso dos dados qualitativos ou quantitativos discretos.

Criada em 12 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Proporção (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0735

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Proporção amostral de uma categoria (ou classe) é a frequência relativa com que essa categoria se observa na amostra.

Proporção populacional de uma categoria é a frequência relativa com que essa categoria se observa na população.

A **proporção populacional** e **amostral** representam-se, respetivamente, por p e $\widehat{p}$. Se representarmos por N e n , respetivamente a dimensão da população e a dimensão da amostra, e por x e x' , respetivamente, o número elementos da população ou da amostra que possuem a característica em estudo, então,

$$\widehat{p} = \frac{x}{n} \quad \text{e} \quad p = \frac{x'}{N}$$

Suponha que numa escola com 1154 alunos, 675 são do “sexo feminino”. Então a **proporção populacional** de alunos do “sexo feminino” é $675/1154 \approx 0,58$. Também se pode dizer que, nesta escola, a probabilidade de selecionado um aluno ao acaso, ele ser do “sexo feminino”, é aproximadamente 0,58. Se selecionarmos, ao acaso, 100 alunos da escola e se se verificar que 61 são raparigas, então a **proporção amostral** com que se verifica a categoria “sexo feminino” é 0,61. Este valor é uma estimativa do parâmetro **proporção populacional** da categoria “sexo feminino”. Se se selecionar outra amostra de 100 alunos, o número de raparigas nos alunos selecionados não é necessariamente 61, pelo que obteremos outra estimativa, não necessariamente igual à primeira.

Costuma-se designar por um “sucesso” sempre que se observa a característica em estudo sobre um elemento selecionado para a amostra. No exemplo anterior, um sucesso é um aluno selecionado ser do “sexo feminino”.

Se representarmos por X a variável aleatória que representa o número de sucessos numa amostra de dimensão n , então a proporção amostral $\widehat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ é um estimador centrado e consistente (ver estatística) do parâmetro p .

Referência

1. MANN, P. S. (1995) – *Introductory Statistics*, 2nd edition. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 0-471-31009-3.

Criada em 22 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Desvio padrão amostral

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0736

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Desvio padrão de uma amostra (ou coleção) de dados, de tipo quantitativo, é uma medida de dispersão dos dados relativamente à média, que se obtém tomando a raiz quadrada da variância amostral.

Uma vez que a variância amostral se exprime nas unidades dos dados elevados ao quadrado, considera-se como medida de dispersão, não a variância, mas a sua raiz quadrada. Se representarmos os dados por $x_1, x_2, \dots, x_n$, e por $\bar{x}$ a sua média, o desvio padrão obtém-se a partir da expressão

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

O desvio padrão é uma medida que só pode assumir valores não negativos e quanto maior for o seu valor, maior será a dispersão dos dados.

Por exemplo, os dois conjuntos de dados, que têm a mesma média (igual a 4,9),

4 4,2 4,5 4,7 4,8 4,9 5 5,1 5,5 5,6 6,1

1 2 2,5 4 4,5 5,5 6 6,4 7 7,5 8

têm desvio padrão, respetivamente 0,6 e 2,3.



Como se verifica, tanto visualmente como a partir dos valores obtidos para o desvio padrão, a dispersão do segundo conjunto de dados é muito superior à do primeiro conjunto.

Além da expressão anterior, por vezes também se utiliza a expressão

$$s' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

quando a dimensão da amostra (n) é suficientemente grande (é usual considerar um valor de (n) superior a 30). Repare-se que nestas condições os valores de (s') são muito próximos de (s) , pois $s'/s = \sqrt{(n-1)/n} \approx 1$.

Costuma-se utilizar o **desvio padrão** amostral, s , para estimar o desvio padrão populacional, σ , (ver variância populacional).

Criada em 27 de Fevereiro de 2012

Revista em 20 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Desvio padrão populacional

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0737

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Desvio padrão populacional de uma variável de tipo quantitativo, é uma medida de dispersão da variável relativamente ao seu valor médio, que se obtém tomando a raiz quadrada da variância populacional.

Se representarmos o resultado da observação da variável quantitativa, sobre todos os elementos da população, que assumimos finita, por $x_1, x_2, \dots, x_N$, e o valor médio por μ , então, o desvio padrão obtém-se a partir da expressão

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Como se identifica população com a variável aleatória, correspondente à característica em estudo sobre a população (desde que quantitativa), tanto se pode falar em **desvio padrão** da população como da variável aleatória.

Mais genericamente, se tivermos uma variável aleatória X , discreta (com um número finito ou infinito numerável de valores distintos), com valor médio μ e em que a distribuição de probabilidades é

$\{x_i, p_i\}$, $i = 1, 2, \dots, M$ (caso finito)

ou

$\{x_i, p_i\}$, $i = 1, 2, \dots, N, \dots$ (caso infinito numerável),

então,

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^M (x_i - \mu)^2 p_i} \quad (\text{caso finito})$$

e

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu)^2 p_i} \quad (\text{caso infinito numerável})$$

admitindo-se que a série converge.

Por exemplo, se considerarmos a população constituída pelo número de irmãos de cada um dos 28 alunos da turma A do 8º ano da escola ABC, no ano letivo 2011-2012,

1 2 1 0 2 3 2 1 1 4 2 1 0 2 1 1 3 2 3 1 1 2 1 3 2 1 0 1

podemos falar na variável aleatória X , que representa o “número de irmãos” de um aluno escolhido ao acaso na referida turma, com a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	1	2	3	4
$P_i = P(X=x_i)$	3/28	12/28	8/28	4/28	1/28

Então, o valor médio da população ou da variável aleatória X será igual a 1,6, donde o **desvio padrão populacional** virá

$$\begin{aligned} \sigma = \sqrt{\frac{1}{28} \{ (\{1\} - \{1\})^2 \{,6\} + \{ (2 - 1) \}^2 \{,6\} + \{ (1 - 1) \}^2 \{,6\} + \dots + \{ (1 - 1) \}^2 \{,6\} \} } \approx 1,0 \\ \text{ou } \sigma = \sqrt{\frac{1}{28} \{ (0 - 1)^2 \{,6\} + \frac{3}{28} + \{ (1 - 1) \}^2 \{,6\} + \frac{12}{28} + \{ (2 - 1) \}^2 \{,6\} + \frac{8}{28} + \{ (3 - 1) \}^2 \{,6\} + \frac{4}{28} + \{ (4 - 1) \}^2 \{,6\} \} } \approx 1,0} \end{aligned}$$

Vejam os ainda o seguinte exemplo que nos permite fazer uma interpretação interessante do desvio padrão.

Suponha que lhe propõem o seguinte jogo:

1. Receber mil euros sem ter de fazer nada, ou
2. Receber dois mil euros, se sair a face Euro no lançamento de uma moeda de um euro, equilibrada (se sair a face Nacional não recebe nada)

Qual das situações prefere? Porquê?

As duas situações podem ser caracterizadas, respetivamente, pelas variáveis aleatórias X e Y , em que

X	1000
p	1

Y	0	2000
p_i	1/2	1/2

com

$$\begin{aligned} E(X) &= 1000 \\ \text{Var}(X) &= 0 \\ \sigma_X &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(Y) &= 1000 \\ \text{Var}(Y) &= 1000^2 \\ \sigma_Y &= 1000 \end{aligned}$$

Repare-se que as duas variáveis aleatórias têm o mesmo valor médio o que significa que, ao fim de várias jogadas, em média, o jogador ganharia o mesmo. No entanto, o risco que corre ao aceitar a primeira situação é nulo, enquanto que o que corre ao aceitar a segunda situação é bastante grande – o risco é assim explicado pelo valor do desvio padrão. Assim, um jogador só preferirá a segunda situação se gostar de correr riscos!

Costuma-se utilizar o desvio padrão amostral s , para estimar o **desvio padrão populacional** σ .

Criada em 27 de Fevereiro de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Acontecimento

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0738

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Acontecimento é um subconjunto (probabilizável) do espaço de resultados (ou espaço-amostra).

Acontecimento elementar é o acontecimento constituído por um único resultado, do espaço de resultados.

Os acontecimentos representam-se, de um modo geral, por letras maiúsculas A, B, C,....

Diz-se que o acontecimento A se realizou se o resultado da experiência aleatória pertence a A.

Associado à experiência aleatória que consiste em lançar um dado de 6 faces numeradas de 1 a 6, e verificar a face que sai, temos o espaço de resultados $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$. O acontecimento “Sair face par” é o subconjunto $A = \{ 2, 4, 6 \}$. O acontecimento “Sair uma face par inferior a 4” é o acontecimento elementar $B = \{ 2 \}$.

O espaço de resultados é, ele próprio, um acontecimento, a que se dá o nome de **acontecimento certo**. O conjunto vazio (sem elementos) também se considera um acontecimento a que se dá o nome de **acontecimento impossível**.

Dado um acontecimento A, ao acontecimento constituído pelos resultados do espaço de resultados, que não estão em A, dá-se o nome de **acontecimento complementar** ou **contrário** de A. O acontecimento complementar do acontecimento certo é o acontecimento impossível.

Havendo a identificação entre acontecimentos e conjuntos, as operações realizadas com acontecimentos seguem as leis da álgebra de conjuntos.

Para visualizar o espaço de resultados e os acontecimentos associados a uma experiência aleatória utilizam-se diagramas de Venn.

Ver

- Operações com acontecimentos
-

Criada em 03 de Fevereiro de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Tabela de frequências

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(12):0739

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Quando se está a analisar um conjunto de dados, começa-se por considerar as diferentes *categorias* ou *classes*, e para cada uma delas calcula-se a sua frequência absoluta obtendo-se a distribuição de frequências do conjunto de dados. Esta distribuição de frequências é representada na forma de uma tabela, a que se dá o nome de **tabela de frequências**. Uma vez que existe alguma especificidade na fase da definição das classes, conforme o tipo dos dados a analisar, far-se-á essa distinção a seguir, nas indicações para a construção da tabela de frequências.

Tabela de frequências para dados de tipo qualitativo

Se os dados são de tipo qualitativo, na **tabela de frequências** a informação é organizada, de um modo geral, em 3 colunas: coluna das *categorias* ou *classes* – onde se indicam as *categorias* observadas para a variável em estudo; coluna das frequências absolutas – onde se regista o total de elementos da amostra que pertencem a cada *categoria* e coluna das frequências relativas – onde se coloca, para cada *categoria*, a sua frequência relativa. Nesta última coluna, as frequências relativas podem ser substituídas pelas percentagens.

Por exemplo, a seguinte amostra que resultou de observar a variável “Cor dos olhos” em 20 alunos de uma turma

Castanhos, Pretos, Castanhos, Azuis, Castanhos, Castanhos, Pretos, Castanhos, Verdes, Castanhos, Pretos,
Castanhos, Azuis, Castanhos, Castanhos, Pretos, Pretos, Castanhos, Pretos, Pretos

pode ser resumida na seguinte **tabela de frequências**:

Categoria	Frequência Absoluta	Frequência relativa
Castanhos	10	0,50
Pretos	7	0,35
Azuis	2	0,10
Verdes	1	0,05
Total	20	1.00

Tabela de frequências para dados de tipo quantitativo discreto

Se os dados são de natureza quantitativa discreta, as *classes* são os diferentes valores que surgem no conjunto dos dados. Na **tabela de frequências** para estes dados a informação é organizada, no mínimo, em 3 colunas: coluna das *classes* – onde se indicam todos os valores distintos que surgem na amostra, que representamos por X_i^* ; coluna das frequências absolutas – onde se regista o total de elementos da amostra que pertencem a cada classe (ou número de vezes que cada valor x_i surge na amostra) e coluna das frequências relativas (ou percentagens).

A **tabela de frequências** pode ainda incluir, mais 2 colunas: a coluna das frequências absolutas acumuladas – onde, para cada classe, se coloca a soma da frequência absoluta observada nessa classe com as frequências absolutas observadas nas classes anteriores e a coluna das frequências relativas acumuladas – onde, para cada classe, se coloca a soma da frequência relativa observada nessa classe com as frequências relativas observadas nas classes anteriores. Esta coluna é bastante útil para o cálculo de algumas medidas, como a mediana e os quartis.

Por exemplo, a seguinte amostra que resultou de observar a variável *Número de irmãos* em 20 alunos de uma turma

$(1 \text{ } \text{ } 2 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 0 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 0 \text{ } \text{ } 2 \text{ } \text{ } 3 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 0 \text{ } \text{ } 2 \text{ } \text{ } 3 \text{ } \text{ } 1 \text{ } \text{ } 0 \text{ } \text{ } 0 \text{ } \text{ } 2 \text{ } \text{ } 2)$

pode ser resumida na seguinte **tabela de frequências**:

Classe	Frequência Absoluta	Frequência relativa %	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada %
0	5	25	5	25
1	8	40	13	65
2	5	25	18	90
3	2	10	20	100
Total	20	100		

A partir da tabela anterior verifica-se que a mediana dos dados é 1, o quartil inferior é 0,5 e o quartil superior é 2.

Convém salientar que as colunas referentes às frequências acumuladas só fazem sentido em **tabelas de frequências** onde a variável em estudo se possa ordenar (no exemplo da tabela de frequências para dados de tipo qualitativo, apresentado anteriormente, não tem sentido considerar as frequências acumuladas).

Tabela de frequências para dados de tipo quantitativo contínuo

Se os dados são de natureza quantitativa contínua, consideram-se classes na forma de intervalos. Sempre que possível estes intervalos devem ter a mesma amplitude.

Na **tabela de frequências** para dados quantitativos contínuos a informação é organizada, no mínimo, em 3 colunas: coluna das *classes* – onde se identificam os intervalos (classes) em que se subdividiu a amostra; coluna das frequências absolutas – onde se regista o total de elementos da amostra que pertencem a cada classe e coluna das frequências relativas (ou percentagens).

A **tabela de frequências** anterior pode ainda incluir mais 3 colunas: coluna do representante da classe – onde se indica o ponto médio de cada intervalo de classe (usualmente escolhido para representante da classe); coluna das frequências absolutas acumuladas e coluna das frequências relativas acumuladas.

Perante uma amostra de dados contínuos, a metodologia para a organização dos dados não é única e pressupõe que se tomem algumas decisões no que respeita

- o número de *classes*
- a amplitude das *classes*
- o valor a partir do qual se começam a construir as *classes*

Para obter o número k de classes, um processo que pode ser seguido consiste em começar por utilizar a regra de Sturges. Uma vez obtido o número k de classes, considera-se para amplitude de classe h , um valor arredondado, por excesso, do que se obtém dividindo a amplitude da amostra por k .

Constroem-se as classes como intervalos semiabertos, fechados à esquerda e abertos à direita (ou vice-versa, como em PESTANA e VELOSA (2010), página 130), sendo o extremo esquerdo do primeiro intervalo o mínimo da amostra.

Considere-se a seguinte amostra que resultou de observar a variável Altura em 30 alunos de uma turma

$(164 \text{ } \text{ } 166 \text{ } \text{ } 170 \text{ } \text{ } 170 \text{ } \text{ } 147 \text{ } \text{ } 131 \text{ } \text{ } 151 \text{ } \text{ } 148 \text{ } \text{ } 173 \text{ } \text{ } 143 \text{ } \text{ } 180 \text{ } \text{ } 167 \text{ } \text{ } 166 \text{ } \text{ } 162 \text{ } \text{ } 160 \text{ } \text{ })$

$(180 \text{ } \text{ } 148 \text{ } \text{ } 158 \text{ } \text{ } 173 \text{ } \text{ } 150 \text{ } \text{ } 159 \text{ } \text{ } 174 \text{ } \text{ } 149 \text{ } \text{ } 158 \text{ } \text{ } 171 \text{ } \text{ } 140 \text{ } \text{ } 164 \text{ } \text{ } 158 \text{ } \text{ } 167 \text{ } \text{ } 160 \text{ } \text{ })$

Utilizando a metodologia descrita, pode-se obter a seguinte tabela de frequências:

Classes	Ponto médio	Frequência absoluta	Frequência relativa %	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[131;141[	136	2	7	2	7
[141;151[	146	6	20	8	27
[151;161[	156	7	23	15	50
[161;171[	166	9	30	24	80
[171;181[	176	6	20	30	100
		30	100		

Ver

- ActivALEA nº 6 - Tabelas de Frequência ^[1]

Referências

1. GRAÇA MARTINS, M. E., LOURA, L., MENDES, F. (2007) – *Análise de dados*, Texto de apoio para os professores do 1º ciclo, Ministério da Educação, DGIDC. ISBN: 978-972-742-261-6. Depósito legal 262674/07.
2. MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. (1999) – *Applied statistics and probability for engineers*. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 0-471-17027-5.
3. PESTANA, D., VELOSA, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7. Depósito Legal 311132/10.
4. VELLEMAN, P.F. (1976) *Interactive Computing for exploratory data analysis I: display algorithms*, 1975 Proceedings of the Statistical Computing Section. Washington, DC: American Statistical Association.

Criada em 23 de Março de 2012

Revista em 21 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 21 de Dezembro de 2012

Área de um círculo

Referência : Nuno Tavares, J., Geraldo, A. (2012), WikiCiências, 3(12):0740

Autor: João Nuno Tavares e Ângela Geraldo

Editor: José Francisco Rodrigues

Definição

A área A de um círculo de raio r é igual a πr^2

`<ggb_applet height="300" width="400" showResetIcon="true" filename="Area_circ.ggb" />`

Cálculo aproximado. Método de exaustão

A área A de um círculo de raio r pode ser obtida por um processo de exaustão. Isto significa que consideramos polígonos regulares inscritos no círculo com um número n de lados, aumentando sucessivamente.

<pre><ggb_applet height="400" width="550" showResetIcon="true" align="left" filename="Area_circulo2.ggb" /></pre>	Se designarmos por A_n a área de um tal polígono com n lados, então A_n fornece uma aproximação cada vez mais fiel da área A do círculo, à medida que n aumenta indefinidamente. Por outras palavras $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = A$ Usando a fórmula da área de polígonos regulares $A_n = \frac{1}{2} r^2 n \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ e o facto conhecido $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, podemos calcular o limite da sucessão A_n, obtendo $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} r^2 n \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) = \pi r^2$ como se afirmou.
---	--

Criada em 12 de Novembro de 2012

Revista em 27 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Polígonos regulares

Referência : Nuno Tavares, J., Geraldo, A. (2012), WikiCiências, 3(12):0741
Autor: João Nuno Tavares e Ângela Geraldo
Editor: José Francisco Rodrigues

Definição

Um polígono diz-se regular se tiver todos os seus lados e ângulos iguais.	<code><ggb_applet height="400" width="500" showResetIcon="true" filename="Poligonos1.ggb"/></code>
--	--

Circunferências inscrita e circunscrita

Cada polígono regular $\mathcal{P}_n$, de n lados, admite uma única **circunferência circunscrita** $\mathcal{C}$, que passa em todos os n vértices do polígono. O centro da circunferência $\mathcal{C}$ chama-se o **centro** do polígono $\mathcal{P}_n$.

Cada polígono regular $\mathcal{P}_n$, de n lados, admite uma única **circunferência inscrita** $\mathcal{I}$, que é tangente a cada um dos lados do polígono. O ponto de tangência com um lado é o ponto médio desse lado. O centro da circunferência $\mathcal{I}$ coincide com o **centro** do polígono $\mathcal{P}_n$.

O raio da circunferência circunscrita $\mathcal{C}$ chama-se o **raio** do polígono $\mathcal{P}_n$, enquanto que o raio da circunferência inscrita $\mathcal{I}$ chama-se o **apótema** do polígono $\mathcal{P}_n$.

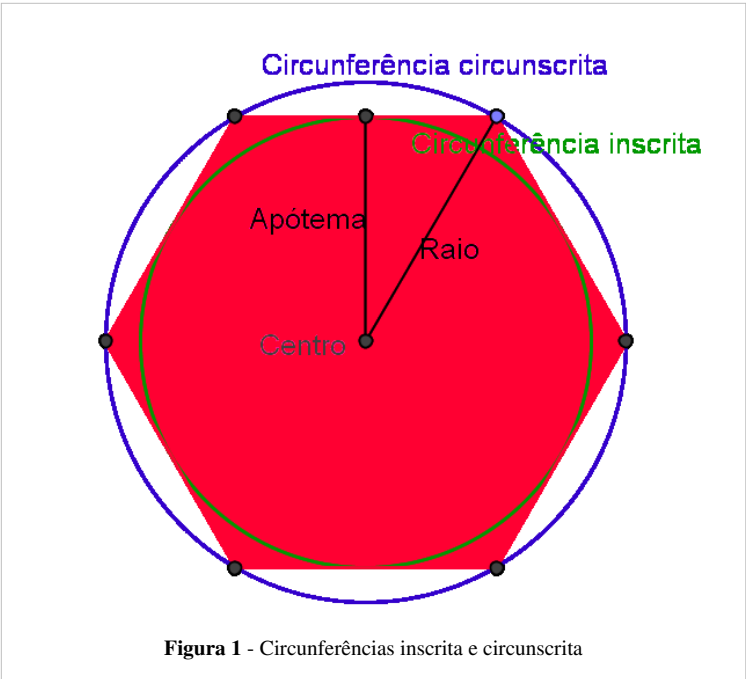


Figura 1 - Circunferências inscrita e circunscrita

Soma dos ângulos externos e internos

<pre><ggb_applet height="450" width="550" showResetIcon="true" align="left" filename="Poligonos3.ggb" /></pre>	A soma das medidas dos ângulos externos θ_i, $i=1, \dots, n$ de um polígono convexo (regular ou não) de n lados, é igual a 360° ou 2π radianos. A prova está sugerida no applet ao lado cuja interpretação é clara.
<pre><ggb_applet height="450" width="550" showResetIcon="true" align="left" filename="Poligonos4.ggb" /></pre>	Como, em cada vértice $i=1, \dots, n$, de um polígono convexo (regular ou não) de n lados, cada ângulo interno α_i é igual a $(180^\circ - \text{medida do correspondente ângulo externo } \theta_i)$, vem que $\sum_{i=1}^n \alpha_i = \sum_{i=1}^n (180^\circ - \theta_i) = n \cdot 180^\circ - \sum_{i=1}^n \theta_i = n \cdot 180^\circ - 360^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$ Concluindo: a soma dos ângulos internos α_i, $i=1, \dots, n$ de um polígono convexo (regular ou não) de n lados, é igual a $(n-2) \cdot 180^\circ$ ou $(n-2) \pi$ radianos.

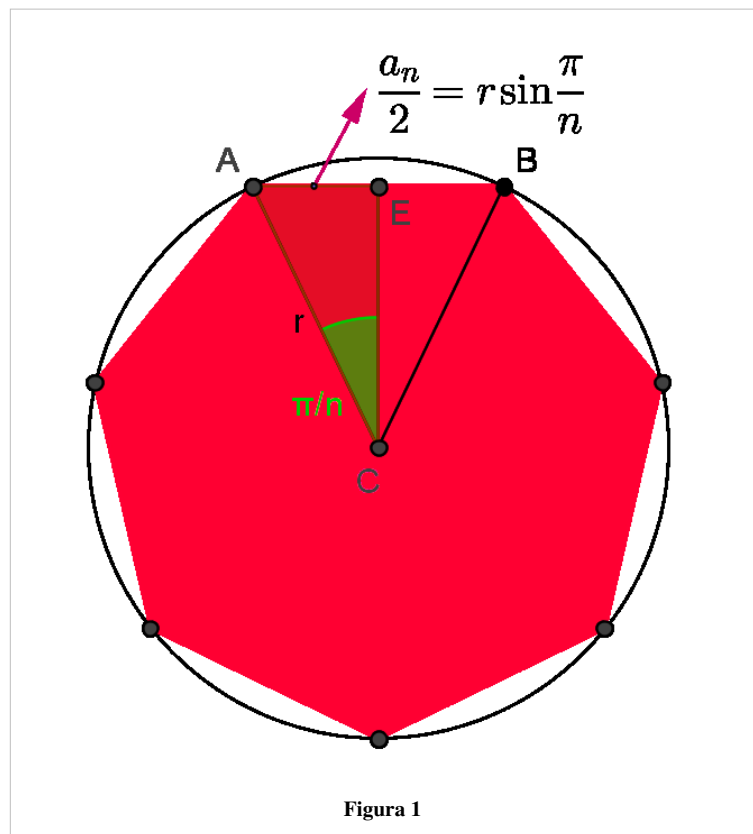
Perímetro e área

Seja $\mathcal{P}_n$ um polígono regular de raio r , com de n lados. O raio da circunferência circunscrita é pois igual a r . A que é igual o comprimento a_n do lado de polígono?

Pela figura ao lado, vemos que $\frac{a_n}{2} = r \sin \frac{\pi}{n}$ (o triângulo ACE é retângulo) e portanto

$$\text{Perímetro}(\mathcal{P}_n) = 2nr \sin \frac{\pi}{n}$$

Por outro lado, o apótema CE de $\mathcal{P}_n$ é igual a $r \cos \frac{\pi}{n}$. Portanto, a área do triângulo ACB é igual a $\frac{1}{2} a_n \times \text{apótema}$ ou, ainda, $\frac{1}{2} r^2 \sin \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n}$.



Como existem ao todo n triângulos iguais que preenchem o polígono dado, a sua área é

$$\text{Área}(\mathcal{P}_n) = \frac{1}{2} n r^2 \sin \left(\frac{\pi}{n} \right) \cos \left(\frac{\pi}{n} \right)$$

Criada em 24 de Novembro de 2012

Revista em 27 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Conjunto dos números complexos

Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(12):0742

Autor: *Filipe Ramos*

Editor: *José Francisco Rodrigues*

Designa-se por $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.

Assim, $\mathbb{C} = \{ z = x + iy \mid x, y \in \mathbb{R} \}$, em que i é a unidade imaginária.

NOTA

Pode-se estabelecer uma correspondência bijetiva entre $\mathbb{C}$ e $\mathbb{R}^2$ fazendo corresponder a cada $z = x + iy$ o ponto de coordenadas (x, y) .

Ver

- Representação geométrica de um número complexo
-

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 27 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Equações trigonométricas. Exemplos

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(12):0743

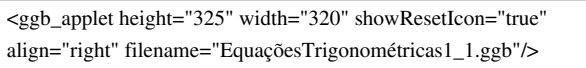
Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

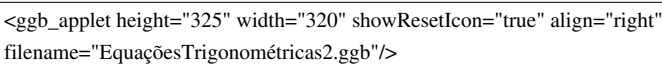
Equações trigonométricas

São equações numéricas envolvendo funções trigonométricas.

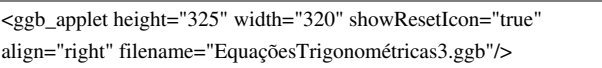
Do tipo $\sin x = \sin \alpha$

Considerando a aplicação ao lado podemos alterar a amplitude de α, movendo o ponto P, e verificar as soluções deste tipo de equação para qualquer ângulo α. Facilmente se verifica que as soluções da equação $\sin x = \sin \alpha$ são: $x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \alpha + 2k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}.$	
---	--

Do tipo $\cos x = \cos \alpha$

	Considerando a aplicação podemos alterar a amplitude de α, movendo o ponto P, e verificar as soluções deste tipo de equação para qualquer ângulo α. Facilmente se verifica que as soluções da equação $\cos x = \cos \alpha$ são: $x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = -\alpha + 2k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}.$ Ou de forma condensada $x = \pm \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
---	---

Do tipo $\tan x = \tan \alpha$

Considerando a aplicação ao lado podemos alterar a amplitude de α, movendo o ponto P, e verificar as soluções deste tipo de equação para qualquer ângulo α. Facilmente se verifica que as soluções da equação $\tan x = \tan \alpha$ são: $x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = \pi + \alpha + 2k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}.$	
---	--

Do tipo $\sin x = \cos \alpha$ e $\cos x = \sin \alpha$

```
<ggb_applet height="325" width="320"
showResetIcon="true" align="right"
filename="EquaçõesTrigonômicas4.ggb"/>
```

Considerando a aplicação podemos alterar a amplitude de α , movendo o ponto **P**,

e verificar as soluções deste tipo de equação para qualquer ângulo α .

Facilmente se observa na aplicação que:

$\cos \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ e que $\sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$

Portanto a resolução de uma equação do tipo $\sin x = \cos \alpha$ é equivalente à resolução da equação $\sin x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$. Usando o referido num dos pontos anteriores as soluções são:

$$x = \frac{\pi}{2} - \alpha + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{2} + \alpha + 2k\pi, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}.$$

Já a resolução de uma equação do tipo $\cos x = \sin \alpha$ é equivalente à resolução da equação $\cos x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$. Usando o referido num dos pontos anteriores as soluções são:

$$x = \frac{\pi}{2} - \alpha + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + 2k\pi, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}.$$

Exemplos

$2\sin x - 1 = 0$

O primeiro passo será simplificar a equação:

$$2\sin x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

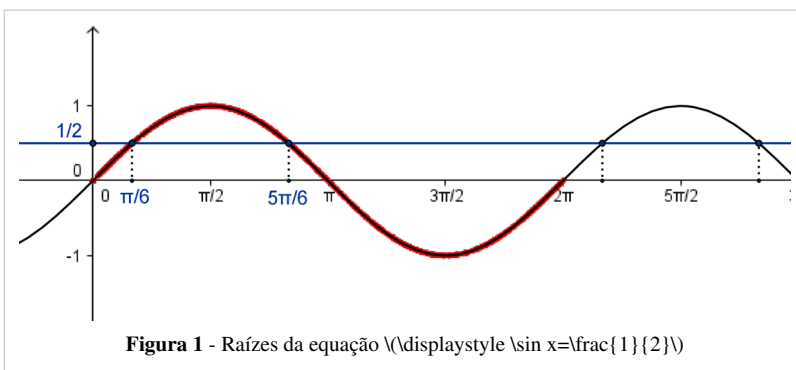
A figura 1 esclarece o próximo passo: calcular as soluções da equação no intervalo $[0, 2\pi]$.

Uma dessas soluções é $x = \frac{\pi}{6}$ pois, $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Outra solução é $x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ pois, $\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Considerando agora a periodicidade da função seno, de período (2π) , temos então todas as soluções da equação inicial:

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}.$$



$$\triangleright \sin 3x = \sin x$$

Usando o que vimos anteriormente sobre equações do tipo $\sin x = \sin \alpha$ esta equação resolve-se facilmente: as soluções de $\sin 3x = \sin x$ são $3x = x + 2k\pi$ ou $3x = \pi - x + 2k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$, ou seja,

$$x = k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\triangleright \cos 4x = \sin \left(\frac{\pi}{5} - x \right)$$

Mais uma vez podemos usar o que vimos anteriormente, neste caso sobre as equações do tipo $\cos x = \sin \alpha$. Como já havíamos concluído $\cos \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ portanto:

$$\cos 4x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) \quad \text{ou seja,} \quad \cos 4x = \sin \left(\frac{\pi}{5} - x \right)$$

é equivalente a $\sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = \sin \left(\frac{\pi}{5} - x \right)$.

Ora, as soluções de $\sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = \sin \left(\frac{\pi}{5} - x \right)$ são $\frac{\pi}{2} - 4x = \frac{\pi}{5} - x + 2k\pi$ ou $\frac{\pi}{2} - 4x = \pi - \left(\frac{\pi}{5} - x \right) + 2k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$, ou seja, obtemos todas as soluções na forma:

$$x = \frac{\pi}{10} - \frac{2k\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{3\pi}{50} - \frac{2k\pi}{5}, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\triangleright 2\cos 3x + \sqrt{2} = 0 \quad \text{no intervalo } \left[-\frac{\pi}{4}, \pi \right]$$

Começamos por simplificar a equação trigonométrica,

$$2\cos 3x + \sqrt{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

A figura 2 mostra as duas soluções da equação no intervalo $\left[-2\pi, 2\pi \right]$ que são

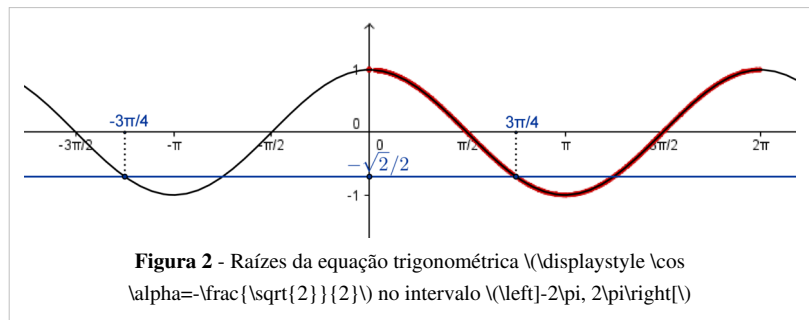


Figura 2 - Raízes da equação trigonométrica $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ no intervalo $\left[-2\pi, 2\pi \right]$

$$3x = -\frac{3\pi}{4} \quad \text{ou} \quad 3x = \frac{3\pi}{4}, \quad \text{pois} \quad \cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) = \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Assim, considerando a periodicidade da função cosseno, de período (2π) , temos então todas as soluções da equação $\cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$3x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad 3x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}, \quad \text{ou seja,}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}, \quad \text{com } k \in \mathbb{Z}.$$

Como queremos apenas determinar as raízes da equação trigonométrica no intervalo $\left[-\frac{\pi}{4}, \pi \right]$ consideramos então alguns valores para k :

para $k = -1$, vem $x = -\frac{11\pi}{12}$ ou $x = -\frac{5\pi}{12}$,
para $k = 0$, $x = -\frac{\pi}{4}$ ou $x = \frac{\pi}{4}$,
para $k = 1$, $x = \frac{5\pi}{12}$ ou $x = \frac{11\pi}{12}$,
e para $k = 2$, $x = \frac{13\pi}{12}$ ou $x = \frac{19\pi}{12}$.

Portanto, as soluções da equação trigonométrica inicial no intervalo $\left[-\frac{\pi}{4}, \pi \right]$ são $x = -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$.

Criada em 09 de Novembro de 2012

Revista em 27 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Radiano

Referência : Nuno Tavares, J., Geraldo, A. (2012), WikiCiências, 3(12):0744

Autor: João Nuno Tavares e Ângela Geraldo

Editor: José Francisco Rodrigues

Definição

Um radiano (1 rad) é a medida de um ângulo ao centro definido num círculo por um arco de circunferência $\widehat{AB}$ com o mesmo comprimento que o raio r do referido círculo.

`<ggb_applet height="200" width="270" showResetIcon="true" filename="Radiano4.ggb" />`

Medida de ângulos em radianos

`<ggb_applet height="350" width="420" showResetIcon="true" filename="Radiano3.ggb" />`

Considere um ângulo ao centro θ , numa circunferência de raio r (veja o applet). Este ângulo ao centro determina um arco $\widehat{AB}$ de comprimento a (medido por exemplo em cm). Por definição, a medida do ângulo θ em radianos é dada por

$$\theta = \frac{\text{comprimento do arco}}{r} = \frac{a}{r}, \text{ rad}$$

No applet pode variar os pontos A e B, mudando o arco a . Para um ângulo fixo, pode ainda fazer variar o raio r e constatar que a medida de θ em radianos se mantém inalterada.

Como converto graus em radianos e vice-versa?

Sabendo que 360° corresponde a 2π radianos, basta usar uma proporcionalidade directa. Por exemplo:

360° está para 2π ,
 1° está para $\frac{2\pi}{360}$,
 45° está para x :

$$x = \frac{2\pi}{360} \times 45 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

enquanto que:

360° está para 2π , 1° está para $\frac{2\pi}{360}$,
 x está para 30° ,
 $\frac{\pi}{6}$ está para 30° :

$$x = \frac{\pi}{6} \times 30 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

isto é: $45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$, $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

Quais as vantagens de usar a medida de ângulos em radianos?

A medida em radianos é **adimensional**, isto é, não depende da unidade de medida com a qual se medem comprimentos de arco. Recorde que radiano define-se através do quociente entre dois comprimentos - o de um arco e o de um raio de uma circunferência. É indiferente a medida com a qual se medem estes comprimentos. Pode ser em mm, cm, metros, etc.

Em geral, os matemáticos, os físicos, etc., preferem usar a medida dos ângulos em radianos, pois as fórmulas do Cálculo são mais simples quando a variável independente x nas funções trigonométricas tais como $\sin x$, $\cos x$, etc. é expressa em radianos. Por exemplo, só quando x é expresso em radianos é que a derivada da função $\sin x$ é $\cos x$, a derivada do $\cos x$ é $-\sin x$, etc. (ver derivadas das funções trigonométricas).

Como, por exemplo, $\sin x$ é adimensional e x também o é (quando medido em radianos) podemos comparar $\sin x$ com x . De facto, para ângulos muito pequenos (perto de 0), $\sin x$ é aproximadamente igual a x . Uma melhor aproximação para $\sin x$ é $x - \frac{x^3}{6}$, sendo o erro inferior a $\frac{x^5}{120}$.

Atenção. Erros frequentes

- um erro grave é dizer que $\sin \alpha$ é aproximadamente igual a α , mesmo para valores de α muito pequenos, se medimos α em graus.
- outro erro grave é, por exemplo, afirmar que:

$$\cos \alpha = \cos(\alpha + 2n\pi), \text{ para } n \in \mathbb{Z}$$

se medimos α em graus. De facto, no segundo membro estamos a somar o valor de um ângulo em graus, α , com o valor de um ângulo em radianos, $2n\pi$, o que é absurdo, e torna falsa a igualdade.

- Tenha pois em atenção que em todas as fórmulas trigonométricas que usar, todos os ângulos envolvidos têm obrigatoriamente de estar medidos na mesma unidade (graus, radianos, ou qualquer outra)

Criada em 11 de Dezembro de 2012

Revista em 26 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Perímetro de uma circunferência

Referência : Nuno Tavares, J., Geraldo, A. (2012), WikiCiências, 3(12):0745

Autor: João Nuno Tavares e Ângela Geraldo

Editor: José Francisco Rodrigues

Definição

O perímetro de uma circunferência $\mathcal{C}$ de raio r é igual a $(2\pi r)$

Cálculo por aproximação e limite

O perímetro de uma circunferência $\mathcal{C}$ de raio r , pode ser calculado como limite dos perímetros de duas sequências de polígonos regulares, a primeira com polígonos regulares inscritos em $\mathcal{C}$ e a segunda com polígonos regulares circunscritos a $\mathcal{C}$, à medida que o número de lados n aumenta para (∞) , como mostra o applet.

`<ggb_applet height="500" width="800" showResetIcon="true" filename="Perimetro_circ2.ggb" />`

Seja (p_n) o perímetro de um polígono regular com n lados, cada um com comprimento (a_n) , inscrito em $\mathcal{C}$, e (P_n) o perímetro de um polígono regular com n lados, cada um com comprimento (b_n) , circunscrito a $\mathcal{C}$. Portanto, $(p_n \leq a_n)$ e $(P_n \geq b_n)$.

As figuras (ilustram o caso $n = 7$) permitem deduzir facilmente que $a_n =$

$2r \sin \frac{\pi}{n}$ e que $b_n =$

$2R_n \sin \frac{\pi}{n}$, onde $(R_n = CA')$ é o raio do polígono circunscrito, atendendo a que o triângulo ACE é retângulo

É claro que

- $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = r$
- a sucessão de perímetros (p_n) é crescente
- a sucessão de perímetros (P_n) é decrescente
- $p_n \leq P_n$

Assim ambos os limites $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ existam e são iguais:

$$\boxed{\text{perímetro da circunferência}}, \mathcal{C} = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n$$

De facto, usando o limite conhecido $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, podemos provar que os limites acima referidos são ambos iguais a $(2\pi r)$, como seria de esperar.

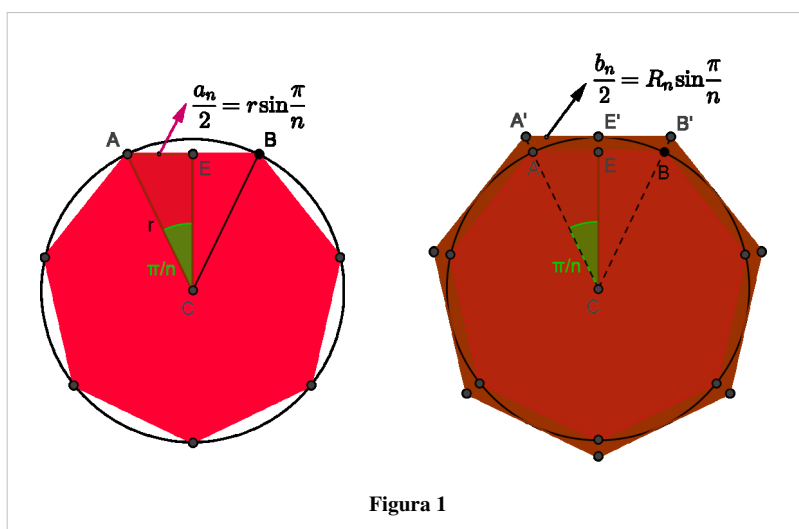


Figura 1

Criada em 12 de Novembro de 2012

Revista em 27 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Relações trigonométricas num triângulo retângulo

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(12):0746

Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

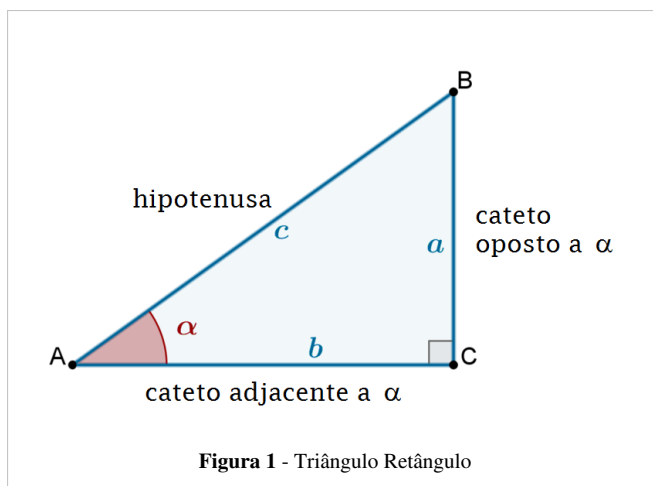
Razões trigonométricas

Seja α um ângulo agudo ($0 < \alpha < 90^\circ$) de um triângulo retângulo, como se mostra no applet, podemos definir as três razões trigonométricas como:

$$\sin \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento da hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto adjacente}}{\text{comprimento da hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento do lado adjacente}} = \frac{a}{b}$$



Fórmula Fundamental da Trigonometria

A **Fórmula Fundamental da Trigonometria** é uma consequência direta da aplicação do Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo da figura 1. Assim,

$$(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto oposto})^2 + (\text{cateto adjacente})^2$$

Usando as letras da figura obtemos,

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dividindo ambos os membros da equação por $(a^2 \neq 0)$ concluímos, então, que $1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$, isto é,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Outras relações

Considerando agora a divisão das razões trigonométricas $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ e $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ obtemos, $\frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha$, isto é,

$$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

Olhando novamente para a fórmula fundamental da trigonometria, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, e aplicando a ambos os membros da mesma uma divisão por $\cos^2 \alpha$, obtemos mais uma relação trigonométrica:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

<pre><ggb_applet height="450" width="450" showResetIcon="true" align="left" filename="Relações2_4.ggb" /></pre>	Considerando esta aplicação podemos verificar mais algumas relações trigonométricas, neste caso, entre os dois ângulos agudos do triângulo retângulo representado, α e β. Resulta facilmente do facto da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180° que $\alpha + \beta = 90^\circ$. Como se mostra na aplicação: <table border="1" data-bbox="513 801 1430 1016"> <tr> <td data-bbox="513 801 1171 1016"> $\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta = \sin(90^\circ - \alpha)$ </td><td data-bbox="1171 801 1430 1016"> $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ </td></tr> </table> <i>Mova os pontos B e C e verifique a validade das relações estabelecidas acima.</i>	$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta = \sin(90^\circ - \alpha)$	$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$
$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta = \sin(90^\circ - \alpha)$	$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$		

Criada em 09 de Novembro de 2012

Revista em 27 de Dezembro de 2012

Aceite pelo editor em 27 de Dezembro de 2012

Fontes e Editores da Página

Amarelo de alizarina *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20216> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Luas de proteção *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20243> *Contribuidores:* Admin

Óculos de segurança *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=24107> *Contribuidores:* Admin

Papel de filtro *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20258> *Contribuidores:* Admin

Pipeta de Pasteur *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20260> *Contribuidores:* Admin

Placa de aquecimento *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20264> *Contribuidores:* Admin

Pompete e teta *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20273> *Contribuidores:* Admin

Proveta *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20275> *Contribuidores:* Admin

Contador de Geiger-Müller *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20278> *Contribuidores:* Admin

Rede metálica *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20282> *Contribuidores:* Admin

Seringa *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20286> *Contribuidores:* Admin

Suporte universal *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20288> *Contribuidores:* Admin

Tina de vidro *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20290> *Contribuidores:* Admin

Triângulo de porcelana *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20292> *Contribuidores:* Admin

Tripé *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20294> *Contribuidores:* Admin

Tubo capilar *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20296> *Contribuidores:* Admin

Tubo de Eppendorf *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20299> *Contribuidores:* Admin

Tubo de Plucker *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20353> *Contribuidores:* Admin

Tubo de Thiele *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20355> *Contribuidores:* Admin

Tubo de ustulação *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20357> *Contribuidores:* Admin

Higrómetro *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20359> *Contribuidores:* Admin

Amplitude (amostral) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20361> *Contribuidores:* Rodrigue

Frequência absoluta *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20364> *Contribuidores:* Rodrigue

Frequência relativa *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=23458> *Contribuidores:* Admin

Dimensão da amostra *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=21250> *Contribuidores:* Admin

Medidas de localização *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20374> *Contribuidores:* Rodrigue

Medidas de dispersão *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20376> *Contribuidores:* Rodrigue

Distribuição de frequências *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20378> *Contribuidores:* Rodrigue

Proporção (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20382> *Contribuidores:* Rodrigue

Desvio padrão amostral *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=24185> *Contribuidores:* Admin

Desvio padrão populacional *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20398> *Contribuidores:* Rodrigue

Acontecimento *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20406> *Contribuidores:* Rodrigue

Tabela de frequências *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20409> *Contribuidores:* Rodrigue

Área de um círculo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20679> *Contribuidores:* Admin

Polígonos regulares *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20680> *Contribuidores:* Admin

Conjunto dos números complexos *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20613> *Contribuidores:* Rodrigue

Equações trigonométricas. Exemplos *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=24103> *Contribuidores:* Admin

Radiano *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=21292> *Contribuidores:* Admin

Perímetro de uma circunferência *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20677> *Contribuidores:* Admin

Relações trigonométricas num triângulo retângulo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=20663> *Contribuidores:* Rodrigue

Fontes, Licenças e Editores da Imagem

Image:Amarelo_de_alizarina.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Amarelo_de_alizarina.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Luvax_de_proteção.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Luvax_de_proteção.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Óculos_de_proteção.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Óculos_de_proteção.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Papel_de_filtro.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Papel_de_filtro.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Dobragem_de_um_filtro_simples.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Dobragem_de_um_filtro_simples.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Dobragem_de_um_filtro_de_pregas.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Dobragem_de_um_filtro_de_pregas.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Pipeta_de_Pasteur.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Pipeta_de_Pasteur.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Placa_de_aquecimento.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Placa_de_aquecimento.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Pompete.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Pompete.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Proveta_graduada.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Proveta_graduada.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Contador_de_Geiger-Müller.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Contador_de_Geiger-Müller.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Esquema_de_um_Contador_de_Geiger-Müller.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Esquema_de_um_Contador_de_Geiger-Müller.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Rede_metálica.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Rede_metálica.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Seringa.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Seringa.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Tina_de_vidro.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Tina_de_vidro.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Triângulo_de_porcelana.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Triângulo_de_porcelana.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Tubo_capilar.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Tubo_capilar.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Tubos_de_Eppendorf.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Tubos_de_Eppendorf.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Tubo_de_Thiele.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Tubo_de_Thiele.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Tubo_de_ustulação.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Tubo_de_ustulação.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Higrômetro.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Higrômetro.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Ficheiro:Amplitude.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Amplitude.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:MIgr1.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:MIgr1.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Rodrigue

Ficheiro:Img_Desvio_padrao_amstral_2.png Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Desvio_padrao_amstral_2.png Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Img_Tabela.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Tabela.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Img_Desvio_padrao_populacional_v2_Parte1.png Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Desvio_padrao_populacional_v2_Parte1.png Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Img_Desvio_padrao_populacional_v2_Parte2.png Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Desvio_padrao_populacional_v2_Parte2.png Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Img_Tabela_de_Frequências_Tabela_1.png Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Tabela_de_Frequências_Tabela_1.png Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Img_Tabela_de_Frequências_Tabela_2.png Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Tabela_de_Frequências_Tabela_2.png Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Img_Tabela_de_Frequências_Tabela_5.png Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Img_Tabela_de_Frequências_Tabela_5.png Licença: desconhecido Contribuidores: Megm

Ficheiro:Poligonos5.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Poligonos5.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Intavar e Angela

Ficheiro:Poligonos6.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Poligonos6.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Intavar e Angela

Image:Eq.trig.ex3.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Eq.trig.ex3.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Intavar

Image:Eq.trig.ex4.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Eq.trig.ex4.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Intavar

Ficheiro:Poligonos7.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Poligonos7.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Intavar e Angela

Image:RelacTrig1.png Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:RelacTrig1.png> Licença: desconhecido Contribuidores: Rodrigue

Licença

Creative Commons - Atribuição - Uso Não Comercial - Partilha nos Mesmos Termos
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>
