

Conteúdo

Páginas

Progressão harmónica	1
Progressão aritmética	2
Progressão geométrica	3
Sucessão	5
Sucessão convergente	6
Abundância isotópica	7
Balão	9
Cuba	10
Protecção Catódica	11
Almofariz e pilão	12
Ampola de separação	13
Garrafa de esguicho	15
Amostra	16
Amostragem (Estatística)	17
Parâmetro (Estatística)	18
Amplitude interquartil	19
Dados bivariados	20
População (Estatística)	20
Média (Estatística)	21
Valor médio (Estatística)	22
Variável aleatória	24
Estatística	25
Fenómeno aleatório	28
Experiência aleatória	29
Coeficiente de correlação amostral	30
Diagrama ou gráfico de dispersão	33
Distribuição (Estatística)	35
Variância amostral	36
Variância populacional	37
Parte real de um número complexo	38
Módulo de um número complexo	39
Dodecaedro	40
Tetraedro	42
Cubo	43

Octaedro	45
Representação algébrica de um número complexo	47
Representação polar (ou trigonométrica) de um número complexo	47
Unidade imaginária	49
Números complexos	49
Multiplicação e divisão de números complexos	50
Adição e subtração de números complexos na forma algébrica	52
Argumento principal de um número complexo	54
Argumento positivo mínimo de um número complexo	55
Argumento de um número complexo	56
Afixo de um número complexo	58
Conjugado de um número complexo	60
Cabeça de destilação	63
Cadinho	65
Conta-gotas	66
Espátula	67
Placa de Petri	68

Referências

Fontes e Editores da Página	69
Fontes, Licenças e Editores da Imagem	71

Licenças das páginas

Licença	73
---------	----

Progressão harmónica

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(05):0567

Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

Uma **progressão harmónica** é uma sucessão de números reais não nulos, (u_n) , cuja sucessão dos inversos $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ é uma progressão aritmética.

Portanto:

$$\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} = \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2} = \frac{1}{u_4} - \frac{1}{u_3} = \dots = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \dots = r,$$

sendo (r) a razão da progressão aritmética.

Por exemplo, a sucessão $\left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right)$ é uma progressão harmónica uma vez que a sucessão dos inversos, $(1, 2, 3, \dots, n, \dots)$, é a progressão aritmética de razão $(r = 1)$.

Deduz-se, então que:

$$u_2 = \frac{2u_1 u_3}{u_1 + u_3}, \quad u_3 = \frac{2u_2 u_4}{u_2 + u_4}, \quad u_4 = \frac{2u_3 u_5}{u_3 + u_5}, \quad \dots, \quad u_n = \frac{2u_{n-1} u_{n+1}}{u_{n-1} + u_{n+1}}, \quad \dots$$

isto é, cada termo é a média harmónica dos seus termos vizinhos imediatos, tal como, no exemplo anterior:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{1+3}, \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{2+4}, \quad \frac{1}{4} = \frac{2}{3+5}, \quad \dots, \quad \frac{1}{n} = \frac{2}{n-1+n+1}, \quad \dots$$

Criada em 14 de Janeiro de 2010

Revista em 16 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 16 de Maio de 2012

Progressão aritmética

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(05):0568

Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

Uma **progressão aritmética** é uma sucessão de números reais (u_n) em que cada termo é obtido do anterior somando um número real fixo a que se chama **razão**:

$$u_1, \quad u_2 = u_1 + r, \quad u_3 = u_2 + r, \quad \dots, \quad u_n = u_{n-1} + r, \quad \dots$$

Por outras palavras, uma sucessão (u_n) , de números reais, é uma progressão aritmética se e só se a diferença entre dois termos consecutivos é constante. Esta constante (r) é a razão:

$$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \dots = u_n - u_{n-1} = \dots = r$$

Daqui se conclui que:

$$u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2}, \quad u_3 = \frac{u_2 + u_4}{2}, \quad \dots, \quad u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}, \quad \dots$$

Isto é, cada termo é a média aritmética dos dois termos vizinhos imediatos.

Exemplos:

- $(1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots)$ é a progressão aritmética de razão (1) e o $(u_1 = 1)$
- $(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots, \frac{n}{2}, \dots)$ é a progressão aritmética de razão $(\frac{1}{2})$ e o $(u_1 = \frac{1}{2})$

Nota

Se considerarmos $(r = 0)$ obtemos a sucessão constante em que $(u_1 = u_2 = \dots = u_n = \dots)$

Como se calcula a soma dos (n) primeiros termos de uma progressão aritmética de razão (r) ?

Seja $(S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n)$ a soma pretendida dos (n) primeiros termos. Note que:

$$\begin{array}{l} u_1 = u_1 \\ u_2 = u_1 + r \\ u_3 = u_2 + r = u_1 + 2r \\ \vdots \\ u_n = u_{n-1} + r = u_1 + (n-1)r \end{array}$$

Escrevemos agora a soma (S_n) de duas formas:

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n$$

e

$$S_n = u_n + u_{n-1} + u_{n-2} + \dots + u_2 + u_1$$

Somando termo a termo vem:

$$\begin{array}{l} 2S_n = (u_1 + u_n) + (u_2 + u_{n-1}) + \dots + (u_{n-1} + u_2) + (u_n + u_1) \\ = (u_1 + u_n) + (u_1 + r + u_{n-1}) + \dots + (u_{n-1} + r + u_1) + (u_n + u_1) \\ = (u_1 + u_n) + (u_1 + u_n) + \dots + (u_n + u_1) \\ = n(u_1 + u_n) \end{array}$$

Portanto:

$$S_n = n \cdot \frac{u_1 + u_n}{2}$$

Substituindo $(u_n = u_1 + (n-1)r)$, obtemos uma outra fórmula para a soma:

$$S_n = nu_1 + r \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

Nota

- Clicando em  a aplicação Geogebra calcula a soma em exemplos com (u_1) e (r) variáveis.

<html><iframe

scrolling="no"

src="https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/805857/width/700/height/300/border/888888/rc/false/ai/false/sdz/true/smb/false/stb

width="700px" height="300px" style="border:0px;"> </iframe></html>

Exemplos:

- A soma dos n primeiros termos da progressão aritmética $(1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots)$ é $S_n = n \cdot \frac{1 + n}{2}$ ou $S_n = n \cdot 1 + r \cdot \frac{n(n+1)}{2}$. Em particular, $S_{100} = 1 + 2 + \dots + 100 = 100 \cdot \frac{100 + 1}{2} = 5050$.

Curiosidades

Conta-se que o matemático Johann Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), com sete anos, respondeu ao seu professor, que pedira aos alunos que somassem os números inteiros de um a cem, logo que este acabara de enunciar a questão, chegando ao resultado com o seguinte raciocínio:

$$\begin{array}{l} 1+100=101 \\ 2+99=101 \\ 3+98=101 \\ \vdots \\ 100+1=101 \end{array}$$

logo, o resultado procurado é $100 \cdot \frac{101}{2} = 5050$.

Criada em 14 de Janeiro de 2010

Revista em 16 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 16 de Maio de 2012

Progressão geométrica

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(05):0569

Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

Uma **progressão geométrica** é uma sucessão de números reais (u_n) , não nulos, em que cada termo é obtido do anterior multiplicando-o por um número real fixo a que se chama **razão**: $u_1, u_2=u_1 \cdot r, u_3=u_2 \cdot r, \dots, u_n=u_{n-1} \cdot r, \dots$

Por outras palavras, uma sucessão (u_n) , de números reais não nulos, é uma progressão geométrica se e só se a razão (ou quociente) entre dois termos consecutivos é constante. Esta constante $(r, r \neq 0)$, é a **razão**:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \dots = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \dots = r$$

Isto é, cada termo é a média geométrica dos dois termos vizinhos imediatos:

$u_2 = \sqrt{u_1 \cdot u_3}, u_3 = \sqrt{u_2 \cdot u_4}, u_4 = \sqrt{u_3 \cdot u_5}, \dots, u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}}, \dots$

Exemplos:

- $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ é a progressão geométrica de razão $r = \frac{1}{2} < 1$ $\{r \neq 0\}$ $u_1 = \frac{1}{2}$.
- $(1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n-1}, \dots)$ é a progressão geométrica de razão $r = -1$ $\{r \neq 0\}$ $u_1 = 1$.

Como se calcula a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica de razão $(r \neq 1)$?

Seja $(S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n)$ a soma pretendida.

Note que:

$$\begin{array}{l} u_1 = u_1 \\ u_2 = u_1 \cdot r \\ u_3 = u_2 \cdot r = u_1 \cdot r^2 \\ \vdots \\ u_n = u_{n-1} \cdot r = u_1 \cdot r^{n-1} \end{array}$$

Consideremos agora a soma (S_n) :

$$\begin{array}{l} S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n \\ \quad = u_1(1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}) \end{array}$$

Multipliquemos ambos os membros por (r) :

$$rS_n = u_1(r + r^2 + \dots + r^n)$$

e, finalmente, subtraímos membro a membro, para obter:

$$\begin{array}{l} S_n - rS_n = u_1(1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}) - u_1(r + r^2 + \dots + r^n) \\ \quad = u_1(1 - r^n) \end{array}$$

Portanto, se $(r \neq 1)$, vem finalmente que:

$$S_n = u_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}.$$

Nota

- Clicando em  a aplicação Geogebra calcula a soma em exemplos com (u_1) e (r) variáveis.

```
<html><iframe scrolling="no"
src="https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/805955/width/700/height/300/border/888888/rc/false/ai/false/sdz/true/smb/false/stb
width="700px" height="300px" style="border:0px;"></iframe></html>
```

Exemplo

A soma dos (n) primeiros termos da progressão geométrica $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$, é $S_n = \frac{1}{2} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Nota

- Se considerarmos $(r = 0)$, obtemos a sucessão em que $(u_2 = \dots = u_n = \dots = 0)$, que se pode considerar uma **progressão geométrica** degenerada. A soma dos (n) primeiros termos da respectiva sucessão é $(S = u_1)$.
- Se considerarmos $(r = 1)$, obtemos a sucessão constante em que $(u_1 = u_2 = \dots = u_n = \dots)$, que é uma progressão aritmética de razão nula. A soma dos (n) primeiros termos da respectiva sucessão é $(S = nu_1)$.
- Notemos que se $(|r| \leq 1 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} r^n = 0)$ pelo que $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{u_1}{1 - r}$

Ver

- Sucessão
- Sucessão convergente
- Série geométrica

Criada em 14 de Janeiro de 2010

Revista em 16 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 16 de Maio de 2012

Sucessão

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(05):0570

Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

Sucessão de números reais é uma função cujo domínio é $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, o conjunto dos números naturais, e que toma valores em $\mathbb{R}$, i.e no conjunto dos números reais:

$$\begin{array}{l} u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ n \mapsto u(n) = u_n \end{array}$$

A imagem de $n \in \mathbb{N}$ por u representa-se por $u(n)$ ou, como é mais usual, por u_n , e diz-se o **termo de ordem n da sucessão** u . Quando não há risco de confusão, a notação u_n é também usada para representar a sucessão.

A sucessão u representa-se frequentemente por (u_n) ou $(u_1, u_2, \dots, u_n, \dots)$.

Não confundir a sucessão (u_n) com o conjunto dos seus valores $\{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots\}$, apesar de certos autores também usarem $\{u_n\}$ para representar uma sucessão.

Assim, por exemplo, a sucessão de termo geral $u_n = (-1)^n$, com $n \in \mathbb{N}$, é $(-1, 1, -1, 1, \dots, (-1)^n, \dots)$ enquanto que o conjunto dos seus valores, isto é, o contradomínio da função u é $\{-1, 1\}$.

Outra maneira de pensar ou visualizar uma sucessão (u_n) é como uma sequência de posições de um ponto que se desloca na reta real, de tal forma que:

para $n=1$ ocupa a posição $u_1 \in \mathbb{R}$

para $n=2$ ocupa a posição $u_2 \in \mathbb{R}$

para $n=3$ ocupa a posição $u_3 \in \mathbb{R}$

e assim sucessivamente.

`<html><iframe scrolling="no" src="https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/813625/width/400/height/200/border/888888/rc/false/ai/false/sdz/true/smb/false/stb width="400px" height="200px" style="border:0px;"></iframe></html>`

Nota

- Clicando em  a aplicação Geogebra anima um exemplo de sucessão.
- No Brasil, utiliza-se a palavra "sequência" para designar sucessão.
- Mais geralmente, pode substituir-se o conjunto $\mathbb{R}$ por outro conjunto X qualquer e definir, por exemplo, sucessão de números complexos, sucessão de acontecimentos, ou sucessão de elementos $(x_n \in X)$.

Ver

- Sucessão convergente
- Subs sucessão
- Limite de uma sucessão
- Progressão aritmética

Criada em 25 de Novembro de 2009

Revista em 15 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 16 de Maio de 2012

Sucessão convergente

Referência : Nuno Tavares, J. (2012), WikiCiências, 3(05):0571

Autor: João Nuno Tavares

Editor: José Francisco Rodrigues

Uma sucessão de números reais (u_n) é **convergente** para um número real ℓ , quando $n \rightarrow +\infty$, se, por mais pequeno que seja o intervalo aberto centrado em ℓ , todos os termos da sucessão, a partir de certa ordem, pertencem a esse intervalo.

Simbolicamente:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$$

significa

$$(\forall \epsilon > 0 \quad \exists m \in \mathbb{N} : \ell - \epsilon < u_n < \ell + \epsilon, \quad \forall n \geq m)$$

ou, de forma equivalente,

$$(\forall \epsilon > 0 \quad \exists m \in \mathbb{N} : u_n \in]\ell - \epsilon, \ell + \epsilon[, \quad \forall n \geq m)$$

Nota:

Quando uma sucessão de números (u_n) converge para um número real ℓ pode escrever-se, abreviadamente, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ ou $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ ou $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$.

Exemplo:

A sucessão de termo geral $u_n = \frac{1}{n}$ é convergente para zero quando $n \rightarrow +\infty$, como se ilustra na aplicação interativa clicando em .

```
<html><iframe
                                scrolling="no"
src="https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/813653/width/400/height/200/border/888888/rc/false/ai/false/sdz/true/smb/false/stb
width="400px" height="200px" style="border:0px;"></iframe></html>
```

Ver

- Sucessão
- Subsucessão
- Limite de uma sucessão
- Progressão aritmética
- Progressão geométrica
- Progressão harmónica

Criada em 25 de Novembro de 2009

Revista em 16 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 16 de Maio de 2012

Abundância isotópica

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0572

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

A **abundância isotópica** numa amostra é a fracção do número de átomos de um dado isótopo de um elemento em relação ao número total de átomos desse elemento presentes na amostra.^[1]

Salvo algumas exceções, os elementos possuem diversos isótopos que surgem na Natureza em diferentes percentagens (ver figura 1). Abundância isotópica natural é a abundância isotópica encontrada na Natureza.^[1]

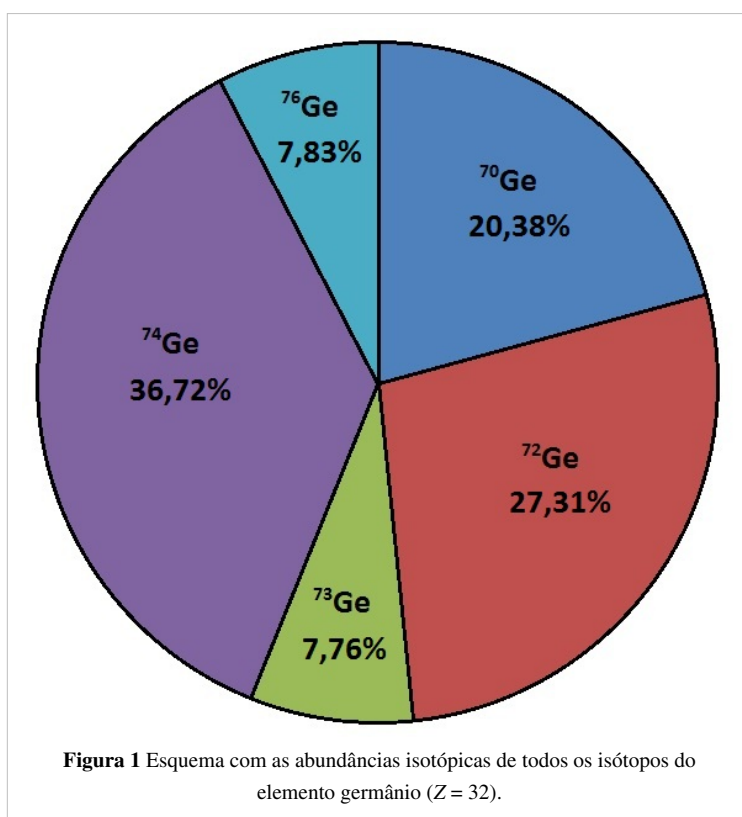
A composição isotópica de um elemento deve indicar a abundância relativa de cada um dos seus isótopos.^[2] A abundância de um isótopo é um valor necessário para os cálculos de massas atómicas (relativas ou não) de elementos químicos porque a massa atómica é a média pesada das massas isotópicas correspondentes.

Assim, o cálculo de uma massa atómica relativa pode ser dado, matematicamente, por

$$(A_r = w(1) \times A_r(1) + w(2) \times A_r(2) + w(3) \times A_r(3) + \dots)$$

em que $w(i)$ é a abundância relativa do isótopo i de massa atómica $A_r(i)$.^[3] Por exemplo, para o germânio, $\text{{}_{32}\text{Ge}}$, virá:

$$(A_r(\text{{}_{32}\text{Ge}}) = 0,2038 \times 69,9242474 + 0,2731 \times 71,9220758 + 0,0776 \times 72,9234589 + 0,3672 \times 73,9211778 + 0,0783 \times 75,9214026)$$



$$\left(\text{Leftrightarrow } A_r(\text{Ge}) = 72,64\right)$$

A tabela periódica abaixo pode ser utilizada para consultar os valores das abundâncias isotópicas de diversos isótopos, bem como as massas isotópicas relativas e as massas atômicas relativas de cada elemento químico. Poderá também consultar um arquivo com os dados referidos para todos os elementos químicos aqui ^[2].

1																		18																	
1	H													13	14	15	16	17	He																
2	Li	Be													B	C	N	O	F	Ne															
3	Na	Mg	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Al	Si	P	S	Cl	Ar																	
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr																	
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe																	
6	Cs	Ba	*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn																	
7	Fr	Ra	**	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Uut	Fl	Uup	Lv	Uus	Uuo																	
			*	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu																	
			**	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr																	

Referências

1. International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC): Glossary of terms used in nuclear analytical chemistry ^[3], consultado em 14/05/2012.
2. International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC): Isotopic compositions of the elements 2009 (IUPAC Technical Report) ^[4], consultado em 14/05/2012.
3. C. Corrêa, F. P. Basto, N. Almeida, *Química*, 1ª edição, Porto: Porto Editora, 2008, ISBN: 978-972-0-42248-4.

Criada em 14 de Maio de 2012

Revista em 15 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 18 de Maio de 2012

Referências

- [1] http://www.fc.up.pt/fcup/contactos/ficha_pessoal.php?login=jgoncalv
 [2] http://wikiciencias.casadasciencias.org/images/5/58/Tabela_de_abund%C3%A2ncias_isot%C3%B3picas.pdf
 [3] <http://www.iupac.org/publications/pac/1982/pdf/5408x1533.pdf>
 [4] <http://www.ciaaw.org/pubs/TICE2009.pdf>

Balão

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0573

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Os balões são recipientes de vidro (habitualmente de pyrex) de forma aproximadamente esférica destinados a conter líquidos ou soluções durante reações químicas ou processos de aquecimento (por exemplo, destilações). Podem possuir base plana ou redonda e gargalos curto ou alongado. (ver figura 1).

Os balões de fundo redondo (ver figura 2) assentam-se normalmente em argolas de cortiça denominadas “sogras”.

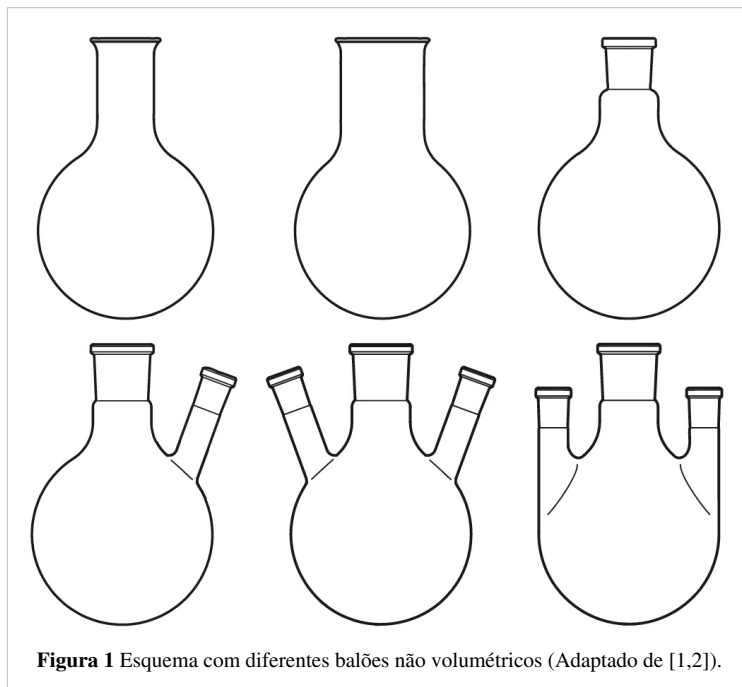


Figura 1 Esquema com diferentes balões não volumétricos (Adaptado de [1,2]).



Figura 2 Balão não volumétrico de fundo redondo com três tubuladuras.

Referências

1. Wikimedia Commons: Round bottom flasks ^[1], consultado em 05/03/2012.
2. Wikimedia Commons: Round bottom flasks 2 ^[2], consultado em 05/03/2012.

Criada em 30 de Abril de 2012

Revista em 15 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 18 de Maio de 2012

Referências

[1] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/41/Round_bottom_flasks_en.svg

[2] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/69/Round_bottom_flasks_en_2.svg

Cuba

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0574

Autor: *Daniel Ribeiro*

Editor: *Jorge Gonçalves* ^[1]

Uma cuba, ou cuvete, ou ainda célula de espectrofotometria, (ver figura 1) é um pequeno recipiente de vidro, plástico ou quartzo com uma forma paralelepípedica que se utiliza para albergar amostras líquidas para serem analisadas espectroscopicamente.

O material de que a cuba é feita está diretamente relacionado com o tipo de análise espectroscópica que é necessário fazer dado que cada material é transparente para uma dada zona de comprimentos de onda. As cubas de vidro e plástico são utilizadas em análises espectroscópicas com radiação visível, ao passo que as cubas de quartzo são utilizadas para análises nas zonas do ultravioleta e do infravermelho do espectro eletromagnético.^[1]

Ao utilizar cubas, alguns cuidados básicos devem ser tomados. No caso de análise de soluções aquosas, a cuba deve ser lavada com água desionizada e, posteriormente, passada interiormente com uma porção da solução que irá ser analisada. Normalmente uma cuba possui duas faces transparentes e duas faces opacas. É pelas faces opacas que o experimentalista deve sempre pegar na cuba. Além disso, antes de iniciar a análise espectroscópica, o operador deve ter o cuidado de nunca encher a cuba até ao seu limite e limpar sempre a parte exterior das faces transparentes para obter um espectro correto da amostra no interior da cuba.



Figura 1 Cuba de quartzo utilizada em espectrofotómetros com um passo ótico de 10,00 mm.

Referências

1. N. Tkachenko, *Optical spectroscopy: methods and instrumentations*, Amsterdam Boston: Elsevier, 2006, **ISBN: 978-0-444-52126-2**.

Criada em 07 de Maio de 2012

Revista em 15 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 18 de Maio de 2012

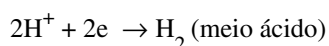
Protecção Catódica

Referência : Maria Abrantes, L. (2012), WikiCiências, 3(05):0575

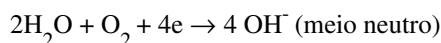
Autor: Luisa Maria Abrantes

Editor: Irene Montenegro

Historicamente, os fundamentos da técnica foram presentes em 1824 na Royal Society of London por Sir Humphry Davy. A protecção catódica é um processo para evitar a corrosão metálica, criando condições que garantam que a diferença de potencial entre o metal, M, a proteger, e o meio envolvente seja inferior ao potencial de equilíbrio, E_{eq} , da respectiva dissolução anódica $M = M^{Z+} + ze$. Tal é concretizado fazendo de M a fase terminal catódica de uma célula electroquímica, seja galvânica, seja electrolítica. No primeiro caso, M tem de ser conectado a outro metal, M', cujo potencial de eléctrodo, E'_{eq} , seja menor que E_{eq} . Consequentemente, ocorre a dissolução anódica de M' o que justifica a designação corrente de ânodo sacrificado. No cátodo verifica-se



ou



perseverando-se assim a integridade de M. Na alternativa de formação de uma célula electrolítica, há a necessidade de aplicar uma corrente eléctrica, por isso denominada impressa, o que implica o recurso a um gerador externo. Por razões óbvias de carácter económico, os ânodos são inertes, pelo que a correspondente reacção electrolítica é



Ambos os métodos apresentam vantagens e inconvenientes, alguns relacionados com as dimensões e geometrias das estruturas a proteger. A decisão de utilizar este tipo de protecção, bem como a opção por ânodos sacrificados ou corrente impressa, deve ser fundamentada por cuidadosa análise das vertentes técnica e económica; a sua implementação implica criterioso dimensionamento.

A protecção catódica é amplamente empregue em estruturas metálicas enterradas ou submersas, e.g. tugagens, tanques e depósitos, redes eléctricas, navios, equipamentos portuários, plataformas marítimas, armaduras de cimento armado. Comparativamente a outros tratamentos anti-corrosão, apresenta a significativa vantagem da simplicidade e fácil monitorização em contínuo.

Referências

- R. W. Revie, H. H. Uhlig, *Corrosion and Corrosion Control*, 4ª ed, John Wiley & Sons Inc. Hoboken, New Jersey (2008)
- *Handbook of Cathodic Corrosion Protection, - Theory and Practice of Electrochemical Protection Processes*, 3rd edition, W. von Baekmann, W. Schwenk and W. Prinz Eds, Gulf Professional Publishing (an imprint of Elsevier) (1997).

Criada em 12 de Fevereiro de 2012

Revista em 18 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 18 de Maio de 2012

Almofariz e pilão

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0576

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um almofariz é um recipiente com o formato de uma tigela destinado a triturar substâncias pela ação de um pilão ou mão (ver figura 1).^[1]

Estes utensílios podem ser feitos de vidro, de cerâmica, de madeira ou de metal. No entanto, os almofarizes mais habitualmente encontrados em laboratórios são cerâmicos (ver figura 2).

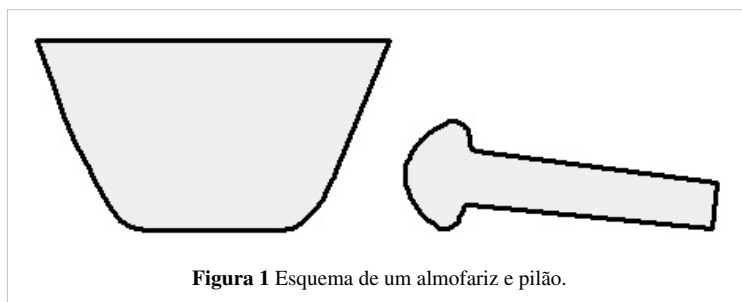


Figura 1 Esquema de um almofariz e pilão.

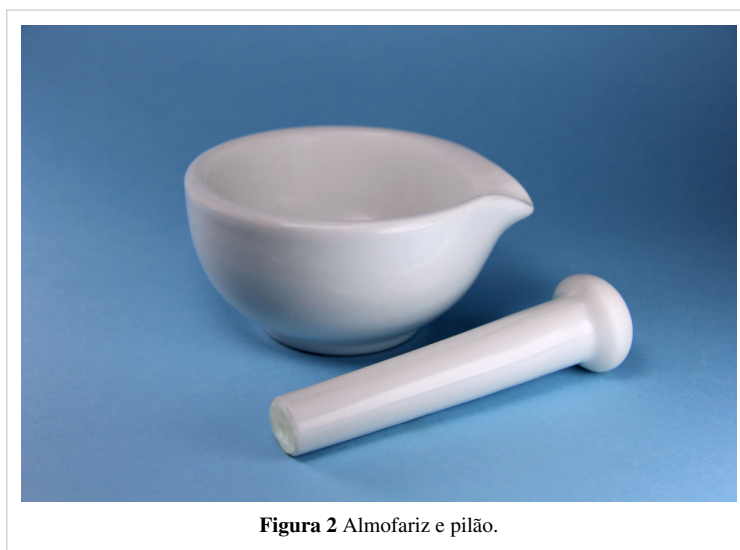


Figura 2 Almofariz e pilão.

Referências

1. J. Moini, *Laboratory Procedures for Pharmacy Technicians*, City: Delmar Cengage Learning, 2009, **ISBN: 978-1-418-07394-7**.

Criada em 30 de Abril de 2012

Revista em 23 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 25 de Maio de 2012

Ampola de separação

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0577

Autor: Daniel Ribeiro

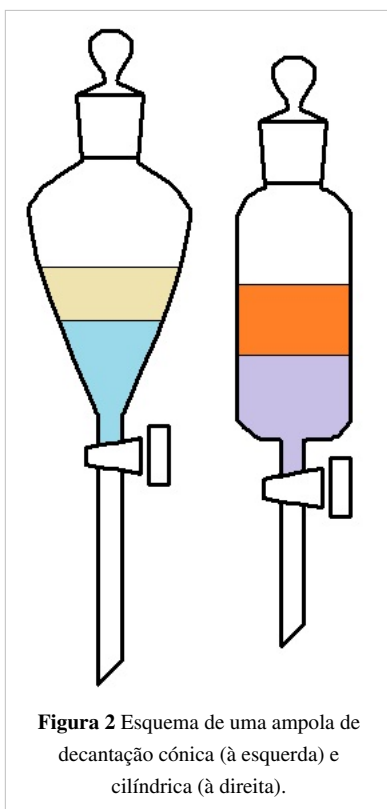
Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma ampola de separação (também designada funil de separação, ampola de decantação, ou funil de decantação) é um utensílio de vidro que permite separar líquidos imiscíveis (ver figura 1).

Essencialmente existem três tipos diferentes de ampolas: cónicas, cilíndricas (ver figura 2) e esféricas com e sem tubuladura. No entanto, as ampolas mais comuns são as cónicas. As cilíndricas utilizam-se mais frequentemente como funis de carga.



Figura 1 Ampola de separação.



Criada em 30 de Abril de 2012

Revista em 23 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 25 de Maio de 2012

Garrafa de esguicho

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0578

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma garrafa de esguicho, vulgarmente designada por “esguicho” (ver figura 1), é uma garrafa de plástico macio que permite dispensar um líquido, apertando a garrafa, sob a forma de um esguicho fino.

Os esguichos são utilizados essencialmente na lavagem do interior de peças pequenas de material de laboratório.^[1] Os esguichos mais comuns são os esguichos de água desionizada e de água destilada para uso geral no laboratório. No entanto, os esguichos podem conter uma grande variedade de líquidos, como acetona, etanol e outros.^[1]

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, **ISBN: 978-0-596-51492-1**.



Figura 1 Garrafa de esguicho.

Criada em 02 de Maio de 2012

Revista em 23 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 25 de Maio de 2012

Amostra

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0579

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Amostra é um conjunto de elementos, extraídos de um conjunto mais vasto, a que chamamos população. Cada elemento relativamente ao qual se vai recolher informação é designado por *unidade observacional*.

Ao estudar uma população, normalmente o que se pretende é estudar algumas características numéricas a que chamamos parâmetros. Por exemplo, ao estudar a população constituída por todos os potenciais eleitores para as legislativas, um parâmetro que pode ter interesse é a percentagem ou proporção de eleitores que estão decididos a votar. Para conhecer aquele parâmetro, teria de se perguntar a cada eleitor a sua intenção no que diz respeito a votar ou não. Esta tarefa seria impraticável, nomeadamente por questões de tempo e de dinheiro. Outras razões, além das apontadas anteriormente, que podem levar a que não se possa observar exaustivamente todos os elementos de uma população, prendem-se com o facto de algumas populações terem dimensão muito grande ou mesmo infinita. As considerações anteriores levam-nos a concluir que, de um modo geral, não podemos determinar exatamente os valores dos parâmetros desconhecidos da população a estudar. Podemos sim estimá-los utilizando estatísticas, que são quantidades calculadas a partir da observação de uma amostra recolhida da população. É importante chamar a atenção que, em toda a situação estatística envolvendo população e **amostra**, a característica numérica que se está a estudar aparece sob duas formas: como característica populacional ou parâmetro e como característica amostral ou estatística.

Amostras aleatórias e amostras não aleatórias – ver Amostragem

Dimensão da amostra é o seu número de elementos (ou unidades observacionais).

De um modo geral, quando falamos em amostras, entendemos conjuntos de dados, que representem convenientemente as populações subjacentes. Observe-se que estamos, assim, a identificar **amostra** com o resultado das observações feitas sobre os elementos da população a que chamámos **amostra**. Por exemplo, se estivermos interessados em estudar a característica “Tempo que um aluno leva de casa à escola”, seleccionamos alguns alunos da escola, que constituirão a nossa amostra. Depois de termos perguntado a cada um dos alunos quanto tempo leva de casa à escola, os dados obtidos passam a constituir a nossa amostra.

Criada em 29 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Amostragem (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0580

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Amostragem é o processo utilizado para selecionar os elementos da população, que vão constituir a amostra.

Tendo em consideração o objetivo com que se recolhe a amostra, o de retirar conclusões para a população a partir do seu estudo, esta fase do processo estatístico, da recolha da amostra ou amostragem, é muito importante, pois a amostra deve ser tão representativa quanto possível da população.

Amostragem aleatória e amostragem não aleatória

Conforme o processo de amostragem utilizado, assim se obtêm as **amostras aleatórias** e as **amostras não aleatórias**.

Numa **amostra aleatória**, qualquer elemento da população tem uma certa probabilidade, conhecida, de vir a ser incluído na amostra, tornando possível avaliar o grau de precisão das estimativas utilizadas para estimar os parâmetros da população de onde foi recolhida. Numa **amostra não aleatória**, ou não se utiliza o acaso na seleção dos elementos da população, ou as probabilidades com que são selecionados não são conhecidas, inviabilizando o estudo do grau de precisão dos resultados obtidos.

Os processos de **amostragem aleatória** mais vulgares são:

- Amostragem aleatória simples
- Amostragem sistemática
- Amostragem estratificada
- Amostragem por grupos
- Amostragem multi-etapas

O exemplo mais paradigmático da amostragem aleatória é o que conduz à amostra aleatória simples.

Referências

1. BARNETT, V. (1991) – *Sample Survey, Principles & Methods*. Edward Arnold. ISBN: 0-340-54553-4.
 2. MANN, P. S. (1995) – *Introductory Statistics, 2nd edition*. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 0-471-31009-3.
-

Criada em 16 de Fevereiro de 2012

Revista em 25 de Março de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Parâmetro (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0581

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Parâmetro é uma característica numérica da população.

O estudo de populações é feito através de representações gráficas e de algumas medidas que procuram resumir a informação contida nos dados que resultam de observar todos os elementos da população. A essas medidas chamamos parâmetros. Como exemplos de parâmetros temos o valor médio e a proporção populacional. Por exemplo, se considerarmos a população constituída pelas famílias portuguesas, um parâmetro que tem interesse estudar é a proporção de famílias com 3 ou mais filhos (objeto de algumas regalias sociais...).

Os parâmetros são estimados por estatísticas. Embora a terminologia para o parâmetro e a estatística (estimativa) correspondente, seja a mesma, com exceção para o valor médio e média, as notações utilizadas são diferentes. Assim, temos para os casos mais utilizados

Parâmetro (População)		Estatística (Amostra)	
Valor médio	μ	Média	$\bar{x}$
Desvio padrão	σ	Desvio padrão	s
Proporção	p	Proporção	$\hat{p}$
Correlação	ρ	Correlação	r

Quando houver o perigo de confusão acrescenta-se o termo populacional ou amostral, conforme nos estejamos a referir, respetivamente, a um parâmetro ou a uma estatística.

Criada em 13 de Março de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Amplitude interquartil

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0582

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Amplitude interquartil de uma amostra (ou coleção) de dados de tipo quantitativo é uma medida da variabilidade ou dispersão (medidas de dispersão) dos dados. Representa-se, geralmente, por IQR e define-se como sendo a diferença entre o 3º quartil ou quartil superior, representado por Q_3 e o 1º quartil ou quartil inferior, representado por Q_1

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

Do modo como foi definida a **amplitude interquartil**, concluímos que 50% dos elementos do centro da amostra (depois da amostra ordenada) estão contidos num intervalo de amplitude IQR.

Esta medida da variabilidade dos dados tem as propriedades de ser *não negativa* e de ser *tanto maior quanto maior* for a *variabilidade* presente nos dados. Mas, ao contrário do que acontece com o desvio padrão, uma amplitude interquartil nula não significa necessariamente que os dados não apresentem variabilidade. Por exemplo, o seguinte conjunto de dados que representam o número de irmãos de 14 alunos de uma turma

0 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3

apresenta variabilidade, embora a amplitude interquartil seja igual a 0.

Criada em 16 de Fevereiro de 2012

Revista em 12 de Março de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Dados bivariados

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0583

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Dados bivariados são o resultado da observação de duas variáveis sobre o mesmo indivíduo da amostra.

Por exemplo, se observarmos sobre a mesma pessoa a sua altura e o seu peso, obtemos pares de dados.

Criada em 27 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

População (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0584

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

População é uma coleção de unidades observacionais, que podem ser pessoas, animais, objetos ou resultados experimentais, com uma ou mais características em comum que se pretendem analisar.

O conceito de população pode, por vezes, ser um conceito um pouco abstrato e mal definido, como por exemplo o conjunto de acidentes, num determinado dia e num determinado cruzamento. Transcrevemos PESTANA e VELOSA (2010), página 53 *“Chamamos **população** ao conjunto de todos os valores que descrevem um fenómeno que interessa ao investigador. De um modo geral, a população é conceptualizada por um modelo”*.

O objetivo da Estatística é o estudo de **populações**. A uma característica comum, à qual se possa atribuir um número ou uma categoria, podendo assumir valores diferentes de unidade observacional para unidade observacional, chamamos variável. Sendo então o nosso objetivo o estudo de uma (ou mais) característica(s) da **população**, costuma-se identificar população com a variável que se está a estudar, dizendo que a **população** é constituída por todos os valores que a variável pode assumir. Por exemplo, relativamente à população portuguesa, se o objetivo do nosso estudo for a característica altura, diremos que a população é constituída por todos os valores possíveis para a variável altura.

Dimensão da população é o número dos seus elementos.

Referências

1. GRAÇA MARTINS, M. E., LOURA, L., MENDES, F. (2007) – *Análise de dados*, Texto de apoio para os professores do 1º ciclo, Ministério da Educação, DGIDC. ISBN: 978-972-742-261-6. Depósito legal 262674/07
2. PESTANA, D., VELOSA, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7

Criada em 10 de Março de 2012

Revista em 15 de Março de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Média (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0585

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Média de uma amostra (ou coleção) de dados de tipo quantitativo, é a soma de todos os dados a dividir pelo seu número

$$\text{Média} = \frac{\text{soma dos dados}}{\text{número de dados}}$$

Se representarmos os dados por $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, a característica amostral **média** representa-se por $\bar{x}$ e é igual a

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

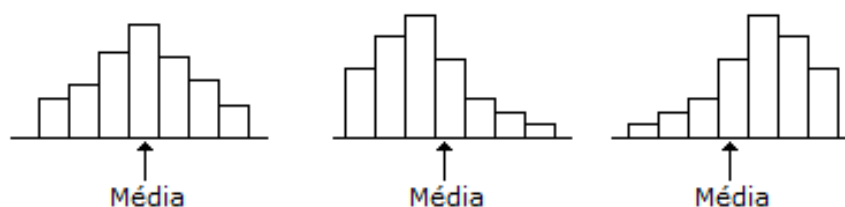
É uma medida de localização do centro (ou de tendência central) da distribuição dos dados. Apesar de ser uma medida muito utilizada, tem que se ter as devidas cautelas, pois a média é muito sensível a valores muito grandes ou muito pequenos, dizendo-se que é uma medida *pouco resistente*.

Por exemplo o conjunto de dados

$$(1, 1, 2, 1, 5, 1, 7, 1, 8, 1, 9, 2, 3, 2, 5, 2, 6, 3)$$

tem média igual a 2,0. No entanto se substituirmos o 3 por um 10, já a média virá igual a 2,6.

A média dá uma boa indicação do centro da amostra quando a distribuição dos dados for aproximadamente simétrica.



No histograma do lado esquerdo temos uma figura aproximadamente simétrica, pelo que o centro está bem definido. No histograma do centro o enviesamento para a direita provoca uma deslocação da média para a direita; finalmente no histograma da direita o enviesamento para a esquerda provoca uma deslocação da média para a esquerda.

Chama-se a atenção para que para dados de tipo qualitativo não tem sentido calcular a média, mesmo que esses dados sejam números. Se, por exemplo, temos um conjunto de 1's e 2's para representar as categorias *feminino* e *masculino* da variável Sexo, não tem qualquer sentido calcular a média daquele conjunto de dados.

A característica populacional ou parâmetro que corresponde à característica amostral ou estatística média, é o valor médio.

Quando se pretender estimar o parâmetro valor médio de uma variável aleatória, recolhe-se uma amostra de valores assumidos por essa variável e utiliza-se como estimativa a **média**.

Criada em 26 de Março de 2012

Revista em 27 de Março de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Valor médio (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0586

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Valor médio ou **média populacional** de uma variável de tipo quantitativo, é a média dos dados que se obtêm quando se observa essa variável sobre todos os elementos da população, que assumimos finita.

Se representarmos o resultado da observação da variável quantitativa, sobre todos os N elementos da população, por $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, então o valor médio, que se representa pela letra grega μ , obtém-se a partir da expressão

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

Uma variável de tipo quantitativo, que se observa sobre todos os elementos da população finita, é uma variável aleatória discreta (com suporte finito). Assim, o **valor médio** de uma variável aleatória discreta é a média aritmética ponderada de todos os valores que a variável pode assumir, em que os coeficientes de ponderação são as probabilidades de assumir esses valores.

Como se identifica população com a variável aleatória, correspondente à característica em estudo sobre a população (desde que quantitativa), tanto se pode falar em **valor médio** da população como da variável aleatória.

Mais genericamente, se tivermos uma variável aleatória X discreta (com um número finito ou infinito numerável de valores distintos) em que a distribuição de probabilidades é o conjunto $\{x_i, p_i\}$, $i = 1, 2, \dots, M$ ou $\{x_i, p_i\}$, $i=1, 2, \dots$, então

$$\mu = \sum_{i=1}^M x_i p_i \quad \text{ou} \quad \mu = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$$

(exigindo-se $\sum_{i=1}^{\infty} |x_i| p_i < \infty$)

Por exemplo, se considerarmos a população constituída pelo número de irmãos de todos os 28 alunos da turma A do 8º ano da escola ABC, no ano letivo 2011-2012,

$\{1 \text{ quad } 2 \text{ quad } 1 \text{ quad } 0 \text{ quad } 2 \text{ quad } 3 \text{ quad } 2 \text{ quad } 1 \text{ quad } 1 \text{ quad } 4 \text{ quad } 2 \text{ quad } 1 \text{ quad } 0 \text{ quad } 2 \text{ quad } 1 \text{ quad } 1 \text{ quad } 3 \text{ quad } 2 \text{ quad } 3 \text{ quad } 1 \text{ quad } 1 \text{ quad } 2 \text{ quad } 1 \text{ quad } 3 \text{ quad } 2 \text{ quad } 1 \text{ quad } 0 \text{ quad } 1\}$

podemos falar na variável aleatória X , que representa o “número de irmãos” de um aluno escolhido ao acaso na referida turma, com a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	1	2	3	4
$P_i = P(X=x_i)$	3/28	12/28	8/28	4/28	1/28

Então, o valor médio da população ou da variável aleatória X será igual a

$$\mu = \frac{1 + 2 + 1 + 0 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1 + 4 + 2 + 1 + 0 + 2 + 1 + 1 + 3 + 2 + 3 + 1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 0 + 1}{28} \approx 1,6$$

ou

$$\mu = 0 \times \frac{3}{28} + 1 \times \frac{12}{28} + 2 \times \frac{8}{28} + 3 \times \frac{4}{28} + 4 \times \frac{1}{28} \approx 1,6$$

Suponhamos agora que num jogo (Adaptado de MANN (1995), página 229 e do *Curso de Probabilidade* em (<http://www.alea.pt>), página 24) semelhante à Raspadinha, cada bilhete custa 1 euro e os prémios que se podem ganhar são 500 euros, 23 euros, 13 euros, 7 euros, 3 euros e 1 euro. Cada bilhete tem uma superfície suscetível de ser raspada, a qual revela um dos prémios anteriores ou nenhum prémio. São postos em circulação 6 000 000 bilhetes, de acordo com a seguinte tabela

Prémio	Número de bilhetes
0	4 640 940
1	999 960
3	222 000
7	60 000
9	37 500
13	24 000
23	15 000
500	600
Total = 6 000 000	

Representando por X a variável aleatória que representa o “lucro de um jogador que faça uma jogada neste jogo”, temos a seguinte distribuição de probabilidades para a variável aleatória X :

$X=x_i$	$P(X=x_i)$
-1	0.77349
0	0.16666
2	0.03700
6	0.01000
8	0.00625
12	0.00400
22	0.00250
499	0.00010

Utilizámos o conceito de Laplace (ver Probabilidade) para obter a distribuição de probabilidades anterior.

O valor médio da variável aleatória X é -0.43659 . A interpretação que podemos dar a este resultado é a de que se considerarmos todos os jogadores, cada jogador perde, em média, aproximadamente 44 cêntimos por bilhete.

Se precisarmos de identificar que o valor médio se refere à variável aleatória X , representamos por $E(X)$.

O valor médio é uma medida de localização do centro da distribuição de probabilidades da variável aleatória. Apesar de ser uma medida muito utilizada, tem que se ter as devidas cautelas, pois, tal como a média, é muito sensível a valores muito grandes ou muito pequenos, dizendo-se que é uma medida *pouco resistente*.

Quando se pretender estimar o parâmetro **valor médio** de uma variável aleatória, recolhe-se uma amostra de valores assumidos por essa variável e utiliza-se como estimativa a estatística média.

Referências

1. GRAÇA MARTINS, M. E. (2005) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*.- Com complementos de Excel. Edição da SPE, ISBN: 972-8890-03-6. Depósito Legal 228501/05.
2. Mann, P. S. (1995) – *Introductory Statistics*, 2nd edition. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 0-471-31009-3.
3. PESTANA, D., VELOSA, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7. Depósito Legal 311132/10.

Criada em 27 de Abril de 2012

Revista em 24 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Variável aleatória

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0587

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Variável aleatória é uma variável cujo valor é um resultado numérico associado ao resultado de uma experiência aleatória. Como se lê em PESTANA e VELOSA (2010), página 326 “*Em geral, o que contamos ou medimos resulta de uma experiência aleatória, em que o acaso intervém, pelo menos na fase de escolha da amostra, varia com o resultado da experiência. É por isso natural dizer que é uma variável aleatória*”.

Quando se define variável (Estatística), diz-se que esta pode ser de tipo qualitativo ou quantitativo. Assim, o resultado de uma experiência aleatória não dá necessariamente um resultado numérico. No entanto, em Estatística, estamos de um modo geral interessados em estudar resultados numéricos. Por exemplo, consideremos a experiência aleatória que consiste em lançar 3 moedas e verificar as faces que ficam voltadas para cima. Associada com esta experiência, uma variável que pode ter interesse estudar é o número de caras que saem no lançamento das 3 moedas. Se o resultado de um lançamento for CFF, então a variável assume o valor 2. Sabemos que os valores possíveis para esta variável são 0, 1, 2 ou 3, mas em cada repetição da experiência não sabemos qual o resultado que se vai verificar (característica da experiência aleatória), pelo que à variável chamamos **variável aleatória**. As variáveis aleatórias representam-se por letras maiúsculas X, Y, Z, etc. Um valor observado da variável aleatória representa-se pela letra minúscula correspondente.

As **variáveis aleatórias** podem ser discretas ou contínuas.

Variável aleatória discreta é aquela que só assume um número finito ou infinito numerável de valores distintos.

Variável aleatória contínua é aquela que pode assumir qualquer valor de um intervalo, sendo nula a probabilidade de assumir valores isolados.

Por exemplo, o número de acidentes que ocorrem, por dia, numa determinada autoestrada, é uma **variável aleatória discreta**. Já o tempo entre dois acidentes é uma **variável aleatória contínua**.

Pode o resultado da experiência aleatória vir na forma de um par de dados, como por exemplo, o que resulta de observar a altura e o peso de uma pessoa escolhida ao acaso. Neste caso dizemos que temos um **par de variáveis aleatórias** que se representa por (X, Y).

Referência

PESTANA, D., VELOSA, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7. Depósito Legal 311132/10.

Criada em 30 de Março de 2012

Revista em 10 de Abril de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Estatística

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0588

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

estatísticas, de um modo geral no plural, refere-se a uma enumeração.

estatística, é uma função da amostra.

Estatística, é a ciência que trata da recolha, organização e interpretação de dados, com vista à tomada de decisões, numa situação de incerteza.

O termo Estatística pode ser interpretado de formas distintas. Veja-se PESTANA e VELOSA (2010), página 28 *“Estatística, em sentido restrito, é uma enumeração, como quando se fala nas estatísticas da energia, da educação, etc. Num sentido técnico, uma estatística é simplesmente uma função da amostra, que se utiliza para estimar um parâmetro. É nesse sentido que se utiliza a estatística média para estimar o parâmetro valor médio. Uma estatística depende apenas das observações, não depende de parâmetros desconhecidos. Num sentido mais lato, Estatística é a ciência que se ocupa da recolha de informação ou da produção da informação relevante, a fim de a descrever, modelar e a partir dela inferir e prever. Com mais generalidade ainda, podemos afirmar que a Estatística é a ciência que nos guia na tomada de decisões em situação de incerteza”*.

No que se segue vamos-nos debruçar sobre o termo **estatística** como função dos valores da amostra.

Quando se pretende *estimar* (obter um valor aproximado de) uma característica numérica da população a que se dá o nome de parâmetro, considera-se uma **estatística**, que é uma função que só depende dos valores da amostra, a que se dá o nome de **estimador** do parâmetro em estudo. Ao valor desta função a que chamámos **estimador**, calculada para uma determinada amostra observada, chamamos **estimativa**. Também se utiliza o termo **estatística** como significado de **estimativa**.

Surge assim o conceito de **estatística**, que é uma característica numérica da amostra, por oposição a parâmetro, que é característica numérica da população. Estas quantidades são conceptualmente distintas, pois enquanto a característica populacional ou parâmetro, pode ser considerada um valor exato, embora (quase sempre) desconhecido, a característica amostral ou **estatística**, pode ser calculada, embora difira de amostra para amostra, mas que todavia pode ser considerada uma estimativa útil da característica populacional respetiva.

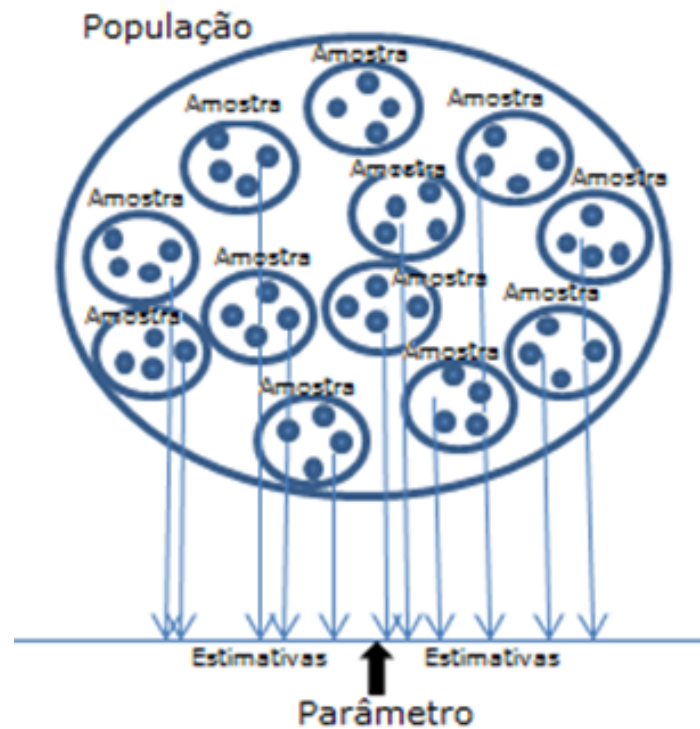
Por exemplo, se se pretender averiguar o salário médio dos portugueses, recolhe-se uma amostra de alguns salários e calcula-se a média. Este valor é uma **estimativa** do parâmetro salário médio ou valor médio da variável aleatória “Salário de um português escolhido ao acaso” ou ainda valor médio da população constituída por todos os salários dos portugueses (identificámos variável aleatória com população). Se recolhermos outra amostra de salários, da mesma dimensão, e calcularmos a média, obtemos outra **estimativa** para o parâmetro em estudo. A **média**, como função de todas as amostras possíveis (da mesma dimensão) que se podem extrair da população dos indivíduos que auferem um salário, é uma variável aleatória. É a esta variável aleatória que chamamos **estimador** e ao valor observado, para uma amostra observada, chamamos **estimativa**.

A utilização do termo **estatística** tanto para a variável aleatória, como para o valor observado dessa variável aleatória (para uma determinada amostra), pode dar azo a confusões, pelo que de preferência deveriam ser utilizados, respetivamente, os termos **estimador** e **estimativa**.

Quando se pretende recolher uma amostra de uma população, podemos recorrer a vários processos de amostragem. Como o nosso objetivo é, a partir das propriedades estudadas na amostra, *inferir* propriedades para a população, gostaríamos de obter processos de amostragem que deem origem a “bons” estimadores e consequentemente “boas” estimativas. O estudo de um **estimador** — função de amostras de dimensão n , é feito a partir da sua **distribuição de amostragem**, ou seja, da distribuição dos valores obtidos pelo **estimador**, quando se consideram todas as amostras

diferentes de dimensão n , utilizando um determinado esquema de amostragem. Tantas as amostras diferentes (2 amostras da mesma dimensão serão diferentes se diferirem pelo menos num dos elementos) que se puderem obter da população, tantas as estimativas eventualmente diferentes que se podem calcular para o parâmetro, mas apresentando, todavia, um determinado padrão.

Distribuição de amostragem de um **estimador** (ou **estatística**) é a distribuição dos valores que o **estimador** assume para todas as possíveis amostras, da mesma dimensão, que se podem seleccionar da população.



Como se comportam todas estas *estimativas*, relativamente ao parâmetro, em estudo? A resposta é dada estudando a **distribuição de amostragem** do **estimador**. Uma vez escolhido um plano de amostragem aleatório, ao pretendermos estimar um parâmetro, pode ser possível utilizar vários **estimadores** diferentes. Por exemplo, quando pretendemos estudar a variabilidade presente numa população (identificada com a variável aleatória em estudo), que pode ser medida pela variância populacional σ^2 , podemos a partir de uma amostra recolhida $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, obter duas estimativas diferentes para essa variância, utilizando as expressões

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{e} \quad s'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Quais as razões que nos podem levar a preferir uma das estimativas relativamente à outra? Qual o **estimador** preferido? O que fornece a estimativa s^2 ou a estimativa s'^2 ? Um critério que costuma ser aplicado é o de escolher um “bom” **estimador** como sendo aquele que é *centrado* e que tenha uma boa *precisão*. Escolhido um plano de amostragem, define-se:

Estimador centrado Um estimador diz-se *centrado* quando a média das estimativas obtidas para todas as amostras possíveis (da mesma dimensão) que se podem extrair da população, segundo o esquema de amostragem considerado, coincide com o parâmetro a estimar. Quando se tem um estimador *centrado*, também se diz que é *não enviesado*.

Uma das razões que nos levam a preferir o **estimador** s^2 que fornece as estimativas s^2 é o facto de ser centrado, quando se utiliza um esquema de amostragem com reposição. Como já

se referiu que um estimador é uma variável aleatória, podemos dizer que um estimador centrado é aquele em que o seu valor médio coincide com o parâmetro a estimar. Pode-se mostrar que $E(\{S^2\}) = \sigma^2$. No caso da variável aleatória média representada por $\{\bar{X}\}$, também se pode mostrar que $E(\bar{X}) = \mu$ (valor médio da população em estudo).

Por outro lado, temos que ter outra preocupação com o estimador escolhido, que diz respeito a *precisão*.

Quando utilizamos um estimador para estimar um *parâmetro*, e calculamos o seu valor para várias amostras, obtêm-se outras tantas estimativas. Estas estimativas não são iguais devido à variabilidade presente na amostra. Se, no entanto, estas estimativas estiverem próximas, e o estimador for centrado, podemos ter confiança de que a estimativa obtida a partir da amostra recolhida (na prática recolhe-se uma única amostra) está próxima do valor do parâmetro (desconhecido) a estimar.

Estimador consistente é aquele em que a variabilidade da sua *distribuição de amostragem* diminui, à medida que aumenta a dimensão da amostra.

No caso da média pode-se mostrar que $\text{Var}(\bar{X})$ diminui à medida que a dimensão da amostra aumenta. Assim, a média é um **estimador centrado e consistente** do parâmetro valor médio. Outro exemplo é a proporção amostral - Para saber mais consultar GRAÇA MARTINS (2008).

Referências

1. GRAÇA MARTINS, M. E. (2008) Curso Introdutório Inferência Estatística, em (<http://www.alea.pt/html/statofic/html/dossier/html/dossier.html>).
2. PESTANA, D., VELOSA, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7.

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 10 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Fenómeno aleatório

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0589

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Um fenómeno diz-se que é um **fenómeno aleatório** quando o resultado de cada realização é incerto, mas admite-se ser possível encontrar um padrão de comportamento, depois de muitas repetições.

Consideremos o fenómeno que consiste em verificar quantas ervilhas cabem numa taça. O simples facto das ervilhas não terem todas o mesmo tamanho, faz com que seja imprevisível saber, exatamente, quantas ervilhas cabem na taça, cada vez que a enchermos.

Um fenómeno aleatório é um fenómeno para o qual não sabemos de antemão qual o resultado que se vai verificar, na próxima repetição (admite-se que o fenómeno se pode repetir). A probabilidade desenvolveu-se admitindo que é possível verificar uma certa *regularidade a longo termo*, ou seja, para um grande número de repetições do fenómeno. É esta última característica do fenómeno aleatório que o distingue de um processo caótico, já que ambos têm a característica comum de não se conseguir antecipar, com exatidão, qual o resultado que se vai obter quando se realizam.

Pensemos no fenómeno aleatório que consiste em lançar uma moeda de 1 euro e ver a face que sai. Em cada lançamento da moeda não sabemos se sai a face Euro ou a face Nacional. No entanto, se a moeda for equilibrada, verificamos que ao fim de muitos lançamentos, a proporção de vezes que sai a face Euro se aproxima de 1/2.

Por oposição a fenómeno aleatório temos o fenómeno determinista. Por exemplo, o fenómeno que consiste em largar uma pedra que temos na mão e ver se “a pedra cai” não é um fenómeno aleatório, já que o resultado da realização do fenómeno não é incerto – a pedra cai (as leis da Física até permitem saber quanto tempo leva a chegar ao chão).

À realização de um fenómeno aleatório, ou seja, ao processo de observar um dos seus resultados, chamamos experiência aleatória.

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 10 de Abril de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Experiência aleatória

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0590

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Experiência aleatória é a realização de um fenómeno aleatório, ou seja, é o processo de observar um resultado de um fenómeno aleatório.

Numa experiência aleatória obtém-se um *resultado*, de entre um conjunto de resultados, que admitimos como conceptualmente possíveis, conhecidos de antemão, a que se dá o nome de espaço de resultados ou espaço-amostra, mas *não se tem conhecimento exato* de qual o resultado que sai em cada realização da experiência. Admite-se que a experiência se pode *repetir* e que as repetições são realizadas nas mesmas circunstâncias e não se influenciam umas às outras.

Esta definição de experiência aleatória, segundo a qual a experiência se pode repetir o número de vezes que se quiser, independentemente umas das outras e sempre nas mesmas circunstâncias, apresentando uma regularidade estatística, prepara-nos para a definição de probabilidade, segundo o *conceito frequentista*.

A repetição de experiências aleatórias associadas a determinado fenómeno aleatório é o processo utilizado para a aquisição de dados, que, uma vez analisados, nos permitem inferir propriedades do fenómeno aleatório em estudo.

Por exemplo, suponha que o senhor X, presumível candidato a presidente da câmara do município Terra Boa está interessado em averiguar se tem muitos apoiantes, para tomar a decisão de se candidatar ou não. Assim, encomenda, a uma empresa especializada, uma sondagem. A empresa seleciona uma amostra representativa de eleitores do município e pergunta a cada um se pensa ou não votar no senhor X. O ato de questionar o eleitor não é mais do que a realização de uma experiência aleatória. Efetivamente, à partida, já se sabe que cada eleitor poderá dar uma das seguintes respostas: Sim, Não, Não sabe/Não responde, mas antes de se fazer a pergunta (realizar a experiência aleatória) não se sabe qual é a que ele vai dar. Na posse das respostas a empresa elabora um relatório com os resultados da análise dos dados recolhidos. Nessa análise inclui uma estimativa da proporção de eleitores que pensam votar no senhor X, se ele vier a ser candidato.

Pode-se identificar **experiência aleatória** com o **fenómeno aleatório** associado.

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 10 de Abril de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Coeficiente de correlação amostral

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0591

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

A **Correlação** entre duas variáveis de tipo quantitativo descreve a associação entre essas variáveis.

Na presença de um conjunto de dados bivariados o primeiro passo na análise desses dados é representá-los num diagrama de dispersão. A forma da nuvem de pontos, representada no diagrama, pode mostrar uma associação linear entre as duas variáveis, que pode ser expressa numericamente pelo **coeficiente de correlação amostral** de Pearson ou pelo seu quadrado que se chama coeficiente de determinação.

O **Coeficiente de correlação amostral** de Pearson, representado por **r**, é uma medida da direção e grau com que duas variáveis, de tipo quantitativo, se associam linearmente.

Se representarmos por $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \{(\{x_i, y_i\})\}$, com $i = 1, \dots, n$, uma amostra de dados bivariados, o coeficiente de correlação amostral de Pearson calcula-se a partir da seguinte fórmula:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

onde $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ e $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

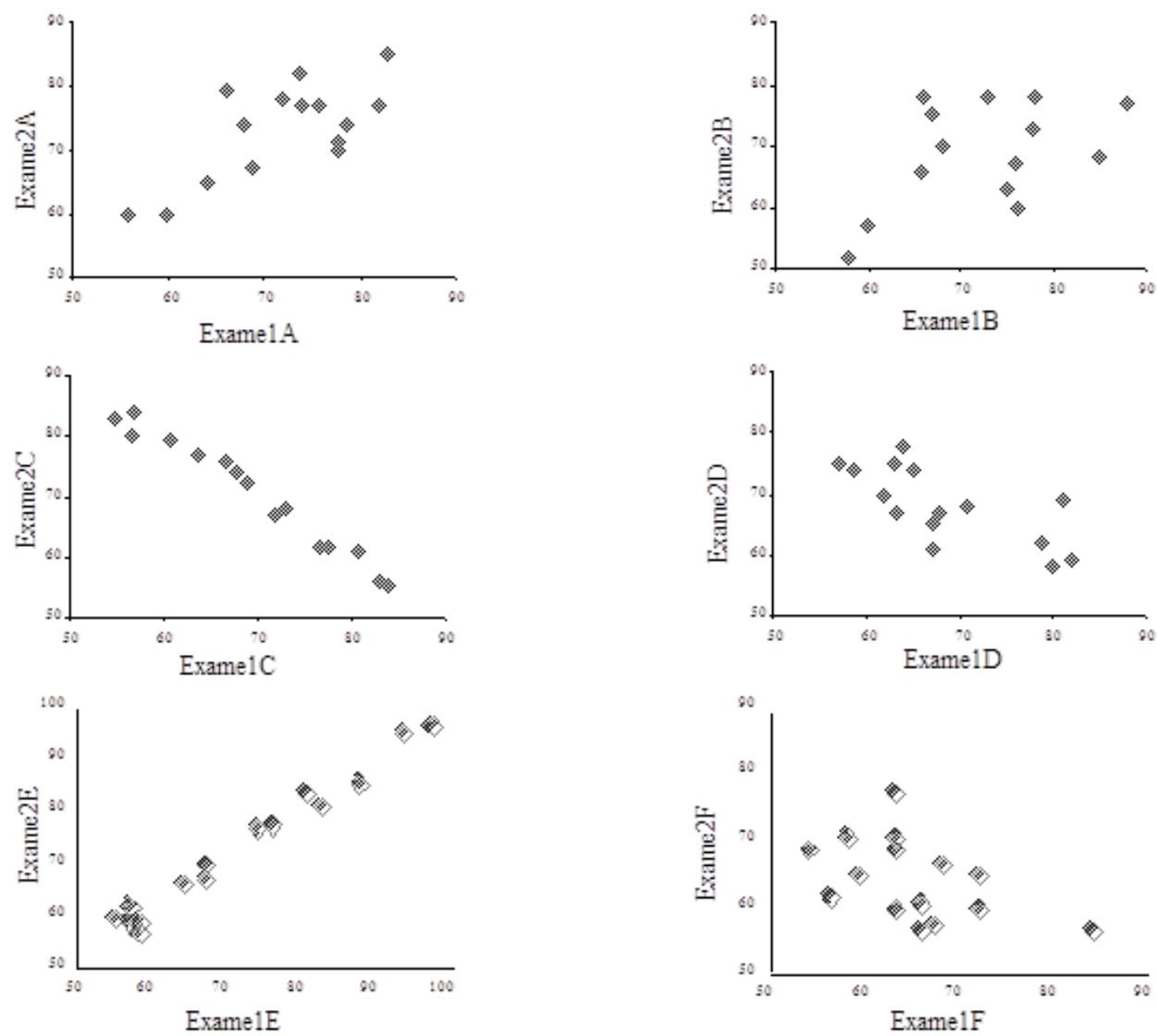
ou seja, o coeficiente de correlação **r** para o par de variáveis $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é o quociente entre a covariância amostral das variáveis **x** e **y** e o produto dos desvios padrões respetivos:

$$r = \frac{\text{Cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\sqrt{s_x^2 s_y^2}}$$

Podem-se mostrar as seguintes propriedades do coeficiente de correlação **r**:

1. O coeficiente de correlação assume valores entre -1 e 1.
2. Quanto maior for o valor de **r**, em módulo, maior será o grau de associação linear entre as variáveis.
3. Um valor de **r** *positivo* indica uma associação *linear positiva* entre as duas variáveis, isto é, quando os valores de uma das variáveis aumentam, existe tendência para que os valores da outra variável também aumentem. Um valor de **r** *negativo* indica uma *associação linear negativa* entre as duas variáveis, isto é, quando os valores de uma das variáveis aumentam, existe tendência para que os valores da outra variável diminuam.
4. O coeficiente de correlação não é uma medida *resistente*, isto é, pode ser influenciado pela existência nos dados de alguns valores *estranhos* ou *outliers*, ou seja, valores muito maiores ou menores que os restantes, pelo que deve ser interpretado com o devido cuidado. A representação prévia dos dados num diagrama de dispersão, antes de proceder ao cálculo do coeficiente de correlação, permite detetar a existência de *outliers*.

Apresentam-se a seguir alguns exemplos de representações gráficas de conjuntos de dados relativos a notas obtidas em dois exames por alunos de 6 classes e respetivos coeficientes de correlação (Adaptado de ROSSMAN, A. J. (1996)):



A visualização dos gráficos anteriores leva-nos a supor que entre os dois exames se possa admitir o seguinte tipo de associação:

	Forte	Moderada	Fraca
Positiva	E	A	B
Negativa	C	D	F

O cálculo do coeficiente de correlação, que se apresenta na tabela seguinte, completa a informação da tabela anterior:

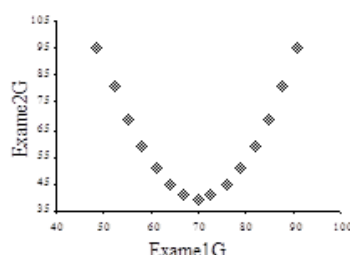
Classe	Correlação
A	0.71
B	0.47
C	-0.99
D	-0.72
E	0.99
F	-0.47

Repare-se que apenas nos casos em que $|r|$ é muito elevado faz sentido falar de associação linear forte, como é observado nos casos C e E em que o gráfico de dispersão aponta para isso.

Num contexto de regressão linear simples, em que a variável explanatória é x e a variável resposta é y , o coeficiente de determinação r^2 dá a percentagem de variabilidade dos y 's que fica explicada em função da variabilidade dos x 's.

Assim, embora aparentemente um valor de r à volta de 0,7 possa parecer elevado, na realidade, é maior a percentagem de variabilidade que fica por explicar $(100-49)\%$ do que a explicada $(100 \times 0,7^2)\%$, pelo que um valor de r naquela ordem de grandeza corresponde a um relacionamento moderado.

Mais uma vez se chama a atenção para que o coeficiente de correlação só mede a intensidade com que duas variáveis se associam linearmente. Como se verifica no exemplo seguinte



existe uma forte associação entre os dados do Exame1 e os dados do Exame2 e no entanto o coeficiente de correlação vem igual a 0.

Correlação e relação causa-efeito É importante não confundir associação, medida pelo coeficiente de correlação, com relação *causa-efeito*. Um diagrama de dispersão e uma correlação não provam a existência de uma relação *causa-efeito*. Podem existir outras variáveis, que não são estudadas, mas influenciam as que estão a ser estudadas e que são conhecidas como variáveis *lurking* ou *confounding* (variáveis de confundimento).

O **coeficiente de correlação amostral** r pode ser usado para estimar (ver estimador) o coeficiente de correlação populacional ρ .

Referências

1. MURTEIRA, B., RIBEIRO, C. S., SILVA, J. A., PIMENTA, C. (2002) – *Introdução à Estatística*. McGraw-Hill de Portugal, Lda. ISBN: 972-773-116-3.
2. ROSSMAN, A.J. (1996) - *Workshop Statistics: Discovery with data*. New York: Springer-Verlag.
3. PESTANA, D., VELOSA, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7. Depósito Legal 311132/10.

Criada em 06 de Março de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Diagrama ou gráfico de dispersão

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0592

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

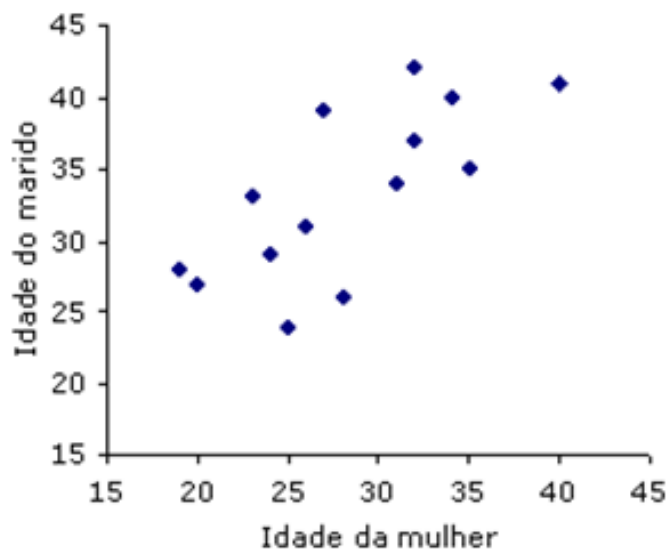
Diagrama ou gráfico de dispersão é uma representação gráfica para dados bivariados quantitativos, em que cada par de dados (x,y) é representado por um ponto de coordenadas (x,y), num sistema de eixos coordenados.

Este tipo de representação é muito útil, pois permite realçar algumas propriedades entre os dados, nomeadamente no que diz respeito ao tipo de associação entre os x's e os y's.

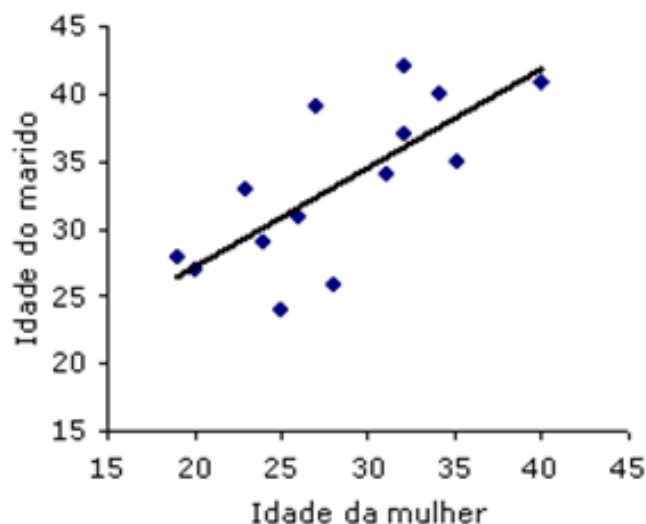
Consideremos o seguinte conjunto de dados bivariados que representam as idades de 14 casais (GRAÇA MARTINS e PONTE (2010))

Idade da mulher	19	24	20	28	26	25	27	23	32	31	35	32	34	40
Idade do marido	28	29	27	26	31	24	39	33	37	34	35	42	40	41

Representámos num sistema de eixos coordenados os pontos de coordenadas (Idade da mulher, Idade do marido), como se apresenta a seguir:



No **diagrama de dispersão** anterior, apercebemo-nos que, de um modo geral, à medida que a idade da mulher aumenta, também aumenta a idade do marido. Dizemos de um modo geral, porque nem sempre isso acontece, mas existe *tendência* a que mulheres mais velhas estejam casadas com homens mais velhos. Neste exemplo, a nuvem de pontos, embora um pouco dispersa, apresenta uma forma alongada, que pode ser representada por uma reta com declive positivo:



Quanto mais perto os pontos se dispuserem ao longo de uma reta, maior será o grau de associação entre as duas variáveis. Essa associação diz-se *positiva*, se a reta tiver declive positivo. O exemplo anterior é um caso de uma associação positiva. A associação será *negativa*, se a reta tiver declive negativo. Neste caso, quanto maior for o valor de uma das variáveis, menor será, de um modo geral, o valor da outra variável. O grau da associação linear é expresso numericamente pelo coeficiente de correlação amostral de Pearson ou pelo seu quadrado, o coeficiente de determinação.

Referência

GRAÇA MARTINS, M. E., PONTE, J. P. (2010) – *Organização e tratamento de dados*, (http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/matematicaOTD_Final.pdf).

Criada em 13 de Março de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Distribuição (Estatística)

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0593

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Distribuição de uma variável é o padrão apresentado por um conjunto de dados resultantes da observação da variável.

Como o termo variável sugere (Rossman (2001), página 8), os valores assumidos pela variável diferem de unidade observacional (objeto de estudo, quer seja pessoa, animal, objeto ou resultado experimental) para unidade observacional. Por outras palavras, os dados apresentam variabilidade. O padrão desta variabilidade é a **distribuição** da variável.

A distribuição de uma variável é estudada através da distribuição de frequências, apresentada na forma de tabelas de frequências; representações gráficas - diagramas ou gráficos; medidas numéricas - medidas de localização ou medidas de dispersão; ou descrições verbais.

Um dos objetivos da Estatística é desenvolver processos de análise que nos permitam responder a algumas questões, tais como:

- Serão os dados quase todos iguais?
- Serão muito diferentes, uns dos outros?
- De que modo é que são diferentes?
- Existe alguma estrutura subjacente ou alguma tendência?
- Existem alguns agrupamentos especiais?
- Existem alguns dados muito diferentes da maior parte?

Estas questões, de um modo geral, não podem ser respondidas rapidamente, olhando unicamente para o conjunto dos dados! No entanto, se estiverem organizados sob a forma de *tabelas de frequências* e/ou *gráficos*, já a resposta às questões anteriores se torna mais simples.

Referências

1. GRAÇA MARTINS, M. E. (2005) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*.- Com complementos de Excel. Edição da SPE, ISBN:972-8890-03-6. Depósito Legal 228501/05.
 2. ROSSMAN, A. J., CHANCE, B. (2001) - *Workshop Statistics: Discovery with data*. Key College Publishing. ISBN: 1-888-877-2740.
-

Criada em 05 de Março de 2012

Revista em 25 de Março de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Variância amostral

Referência : Graca Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0594

Autor: *Maria Eugénia Graça Martins*

Editor: *José Francisco Rodrigues*

Variância de uma amostra (ou coleção) de dados de tipo quantitativo é a medida que se obtém somando os quadrados dos desvios dos dados relativamente à média, e dividindo pelo número de dados menos um. Representa-se por $\text{var}(s)$.

A **variância** amostral é uma medida de dispersão ou variabilidade dos dados, relativamente à medida de localização média. Se representarmos os dados por $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, a variância obtém-se a partir da expressão

$$\| \{ \mathrm{s} \}^2 \| = \frac{\sum \limits_{\{ \mathrm{i} \} = \{ \mathrm{1} \}}^{\{ \mathrm{n} \}} \{ \mathrm{x} \}_{\{ \mathrm{i} \}} - \bar{\{ \mathrm{x} \}} \{ \mathrm{i} \} \{ \mathrm{2} \}}{\sum \limits_{\{ \mathrm{n} \} - \{ \mathrm{1} \}}^{\{ \mathrm{2} \}} \{ \mathrm{n} \} - \{ \mathrm{1} \}}$$

Além da expressão anterior, por vezes também se utiliza a expressão

$$\mathbb{V}[\mathbf{s}']^2 = \frac{\sum \limits_{\mathbf{i}} \mathbb{V}[\mathbf{x}_{\mathbf{i}} - \bar{\mathbf{x}}]}{n}$$

Estas duas estatísticas podem ser utilizadas para estimar o parâmetro variância populacional σ^2 . No entanto as estimativas $\{s^2\}$, para amostras de dimensão pequena, têm tendência para estarem mais próximas do parâmetro a estimar do que $\{s'^2\}$ (ver estatísticas).

Suponha que se pretendia estimar a variância (populacional) dos frangos (machos) de 2 meses, criados num certo aviário. Para tal, selecionaram-se ao acaso 20 frangos, que se pesaram, tendo-se obtido os seguintes valores (em kg):

$$\begin{aligned} & \backslash(2,64 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,38 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,30 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,69 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,32 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,66 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,36 \quad \backslash \text{quad} \\ & \quad \backslash \text{quad} \quad 2,70 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 2,49 \quad \backslash \text{quad} \quad \backslash \text{quad} \quad 1,56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2,33 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,26 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,15 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,45 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,02 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,73 \text{ \texttt{\quad} \quad} 3,09 \text{ \texttt{\quad} \quad} \\ & \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,47 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,44 \text{ \texttt{\quad} \quad} 2,79) \end{aligned}$$

Calculando a média dos valores anteriores obtém-se $\bar{x} = 2,44\text{kg}$. Para calcular a variância (amostral) considera-se

$$\begin{aligned} \|\mathrm{rm}\{s^{\{2\}} &= \frac{(2,64-2,44)^{\{2\}} + (2,38-2,44)^{\{2\}} + \dots + (2,79-2,44)^{\{2\}}}{\{19\}} \| \\ (\quad \quad \quad &= \mathrm{rm}\{0,10\}) \end{aligned}$$

Assim, o valor de $0,10\text{kg}^2$ é uma estimativa da variância pretendida.

Uma vez que a variância envolve a soma de quadrados, a unidade em que se exprime não é a mesma que a dos dados. Assim, para obter uma medida da variabilidade ou dispersão com as mesmas unidades que os dados, tomamos a raiz quadrada da variância e tem-se o desvio padrão amostral que é a medida que geralmente se utiliza para medir a variabilidade dos dados relativamente à medida de localização média.

Criada em 02 de Abril de 2012

Revista em 24 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Variância populacional

Referência : Graça Martins, E. (2012), WikiCiências, 3(05):0595

Autor: Maria Eugénia Graça Martins

Editor: José Francisco Rodrigues

Variância populacional de uma variável de tipo quantitativo, é o valor médio dos quadrados dos desvios relativamente ao valor médio, dos dados que se obtêm quando se observa essa variável sobre todos os elementos da população, que assumimos finita. Representa-se por σ^2 .

Se representarmos o resultado da observação da variável quantitativa, sobre todos os elementos da população, por $x_1, x_2, \dots, x_N$, e o valor médio por μ , então a variância populacional obtém-se a partir da expressão

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

Como se identifica população com a variável aleatória, correspondente à característica em estudo sobre a população (desde que quantitativa), tanto se pode falar em **variância** da população como da variável aleatória.

Mais genericamente, se tivermos uma variável aleatória X discreta (com um número finito ou infinito numerável de valores distintos) em que a distribuição de probabilidades é o conjunto $\{x_i, p_i\}$, $i=1, 2, \dots, M$ ou $\{x_i, p_i\}$, $i=1, 2, \dots$, com valor médio μ , então

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^M (x_i - \mu)^2 p_i \quad \text{ou} \quad \text{Var}(X) = E\{(X - E(X))^2\}$$

admitindo-se que a série converge.

Por exemplo, se considerarmos a população constituída pelo número de irmãos de todos os 28 alunos da turma A do 8º ano da escola ABC, no ano letivo 2011-2012,

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28

podemos falar na variável aleatória X , que representa o “número de irmãos” de um aluno escolhido ao acaso na referida turma, com a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	1	2	3	4
$P_i = P(X=x_i)$	3/28	12/28	8/28	4/28	1/28

Então, o valor médio da população ou da variável aleatória X será igual a 1,6, donde a variância populacional virá

$$\sigma^2 = \frac{(0-1,6)^2 + (1-1,6)^2 + (2-1,6)^2 + \dots + (4-1,6)^2}{28} = 0,96$$

ou

$$\sigma^2 = (0-1,6)^2 \cdot \frac{3}{28} + (1-1,6)^2 \cdot \frac{12}{28} + (2-1,6)^2 \cdot \frac{8}{28} + (3-1,6)^2 \cdot \frac{4}{28} + (4-1,6)^2 \cdot \frac{1}{28} = 0,96$$

A característica populacional **variância** representa-se pela letra grega σ^2 , mas se precisarmos de identificar que se refere à variável aleatória X , representamos por $\text{Var}(X)$. É uma medida de dispersão ou variabilidade da distribuição de probabilidade da variável aleatória.

Uma vez que a variância envolve a soma de quadrados, a unidade em que se exprime não é a mesma que a da variável. Assim, para obter uma medida da variabilidade ou dispersão com as mesmas unidades que a variável,

tomamos a raiz quadrada da variância e tem-se o desvio padrão populacional que é a medida que geralmente se utiliza para medir a variabilidade da variável relativamente à medida de localização valor médio.

A estatística variância amostral $\text{rm}\{s^2\}$ utiliza-se como estimativa do parâmetro $\text{rm}\{\sigma^2\}$.

Criada em 03 de Abril de 2012

Revista em 24 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Parte real de um número complexo

Referência : Leite Carvalho, M. (2012), WikiCiências, 3(05):0596

Autor: Maria Leite Carvalho

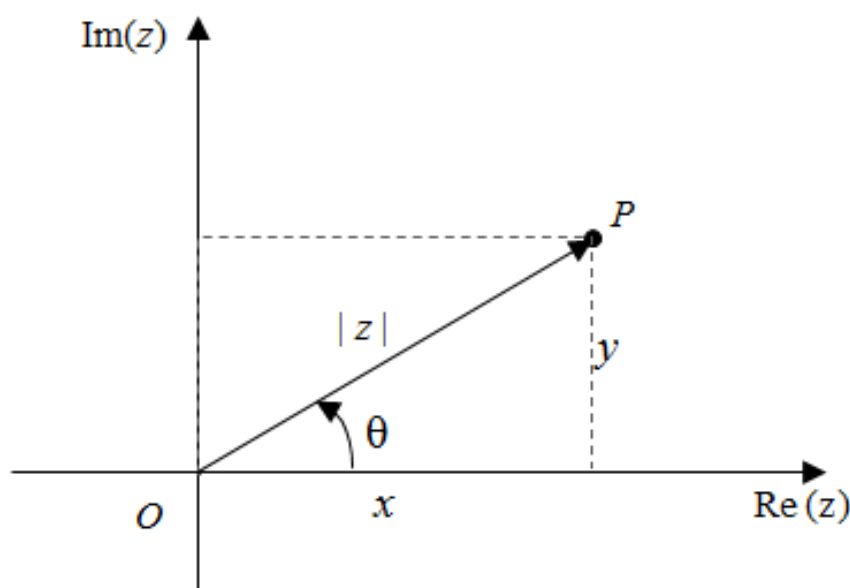
Editor: José Francisco Rodrigues

Um número complexo quando representado na forma algébrica $(z=x+iy)$ tem **parte real** $\text{Re}(z)=x$ e escreve-se $\text{Re}(z)=x$.

Quando um número complexo diferente de zero é representado na forma polar ou trigonométrica , $(z=|z|(\cos\theta+i\sin\theta))$ em que θ é um argumento de (z) .

Nota

Atendendo à representação geométrica de z no plano complexo, se tem $(x=|z|\cos\theta)$, uma vez que $(\cos\theta = \frac{x}{|z|})$.



Referências

1. Carreira,A. Nápoles,S.(1998) -*Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*.McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden,J.E., Hoffman,J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*,3ª edição.,W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva,J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Módulo de um número complexo

Referência : Leite Carvalho, M. (2012), WikiCiências, 3(05):0597

Autor: Maria Leite Carvalho

Editor: José Francisco Rodrigues

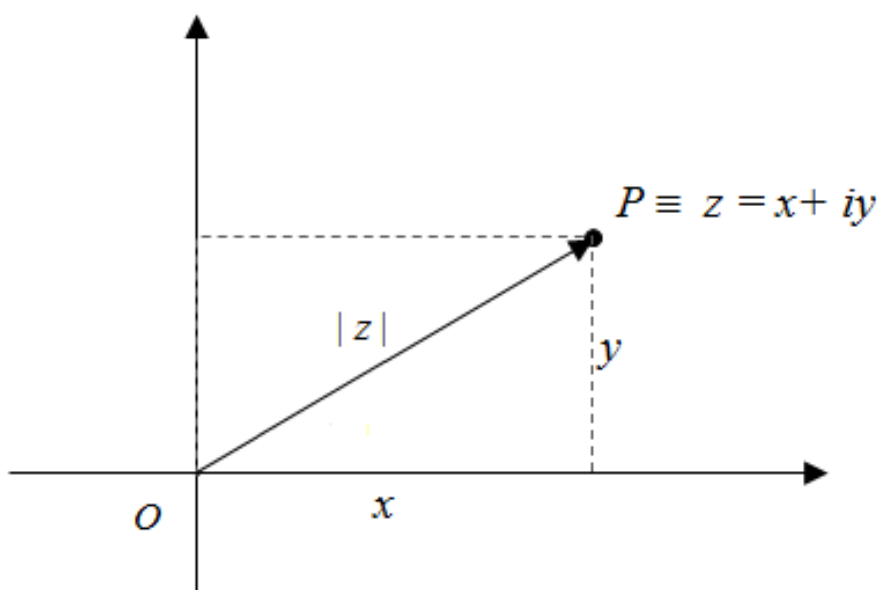
O **módulo** de um número complexo $(z=x+iy)$ é o número real não negativo $(|z| = \sqrt{x^2 + y^2})$.

Exemplo

Se $(Z=4+3i)$, $(|z|=\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5)$

Nota

Identificando o número complexo $(z=x+iy)$ com o seu afixo (P) e considerando o vetor posição de (P) , $(\overrightarrow{OP})$, o módulo de z coincide com a norma de $(\overrightarrow{OP})$.



Propriedades do módulo de um número complexo

Para quaisquer números complexos z e w tem-se

1. $|z| \cdot |w| = |z \cdot w|$
2. $\left| \frac{z}{w} \right| = \frac{|z|}{|w|}$, se $w \neq 0$
3. $|\operatorname{Re}(z)| \leq |z|$ e $|\operatorname{Im}(z)| \leq |z|$
4. $|z + w| \leq |z| + |w|$
5. $|z - w| \geq |z| - |w|$
6. $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$

Referências

1. Carreira, A. Nápoles, S. (1998) - *Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*. McGraw-Hill, ISBN: 972-8298-69-2.
2. Marsden, J.E., Hoffman, J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*, 3ª edição, W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva, J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Dodecaedro

Referência : Alves, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0598

Autor: Ada Alves

Editor: José Francisco Rodrigues

Dodecaedro. do gr *dōdekáedros*, "de doze faces"

Dodecaedro é um poliedro convexo com 12 faces.

Notas

Dodecaedro tem 12 faces, 30 arestas, 20 vértices.

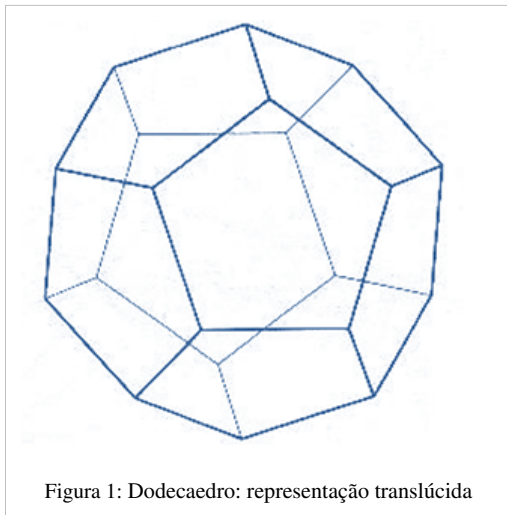


Figura 1: Dodecaedro: representação translúcida

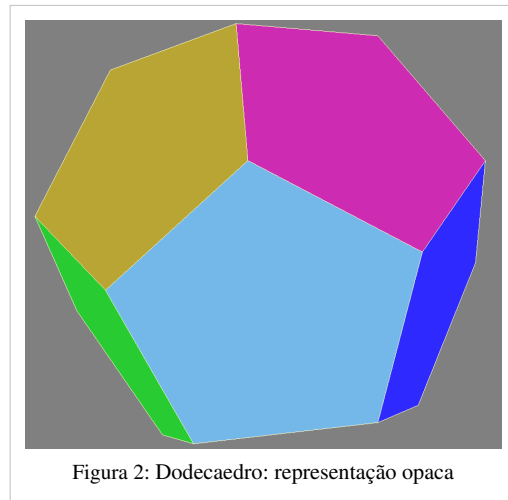


Figura 2: Dodecaedro: representação opaca

O dodecaedro, juntamente com o tetraedro, o cubo, o octaedro e o icosaedro constituem os Sólidos Platônicos.

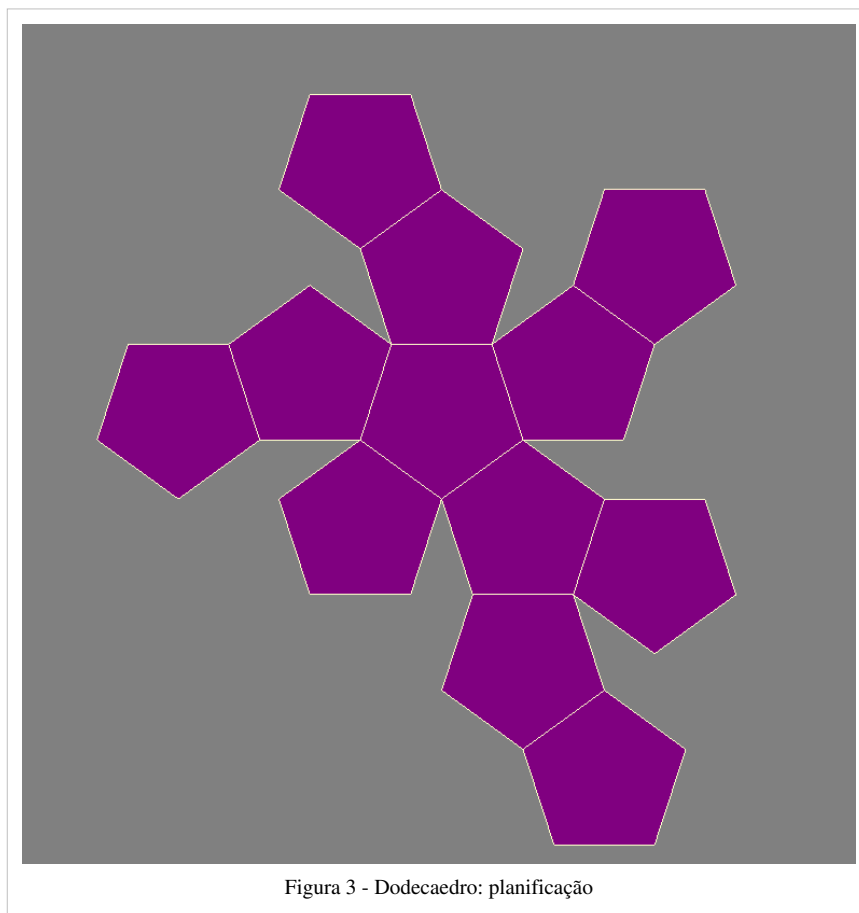


Figura 3 - Dodecaedro: planificação

As faces do dodecaedro são pentágonos.

O dual do dodecaedro é o icosaedro e reciprocamente.

Ver

- Dodecaedro em Sólidos geométricos ^[1]

Criada em 21 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Referências

[1] <http://imagem.casadasciencias.org/online/36080759/36080759.php>

Tetraedro

Referência : Alves, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0599

Autor: Ada Alves

Editor: José Francisco Rodrigues

Tetraedro. do gr. *tetrá*, "número quatro" + *edron*, "face"

Tetraedro é um poliedro convexo com 4 faces.

Notas

Um tetraedro tem 4 faces, 6 arestas e 4 vértices.

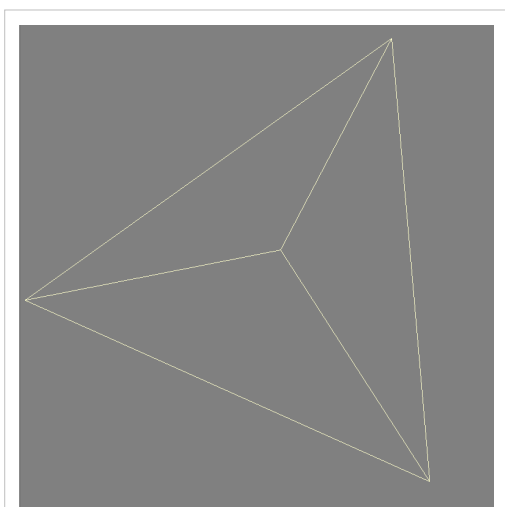


Figura 1: Tetraedro, representação translúcida



Figura 2: Tetraedro, representação opaca

O tetraedro, juntamente com o dodecaedro, o cubo, o octaedro e o icosaedro formam os Sólidos Platónicos.

As faces do tetraedro são triângulos equiláteros.

Ver

- Tetraedro em Sólidos geométricos ^[1]

Criada em 21 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Cubo

Referência : Alves, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0600

Autor: Ada Alves

Editor: José Francisco Rodrigues

Cubo. do gr. *kúbos*, "cubo", pelo lat. *cubu*

Cubo é um poliedro convexo com 6 faces.

Notas

Um cubo tem 6 faces, 12 arestas, 8 vértices.

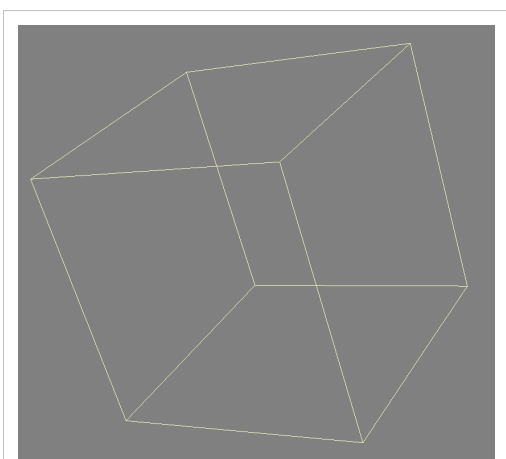


Figura 1: Cubo, representação translúcida

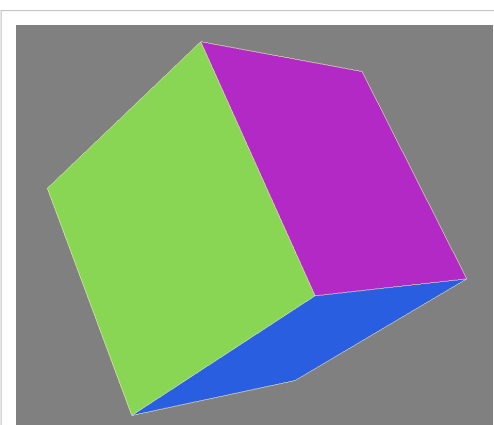


Figura 2: Cubo, representação opaca

O cubo, juntamente com o dodecaedro, o tetraedro, o octaedro e o icosaedro constituem os Sólidos Platónicos.

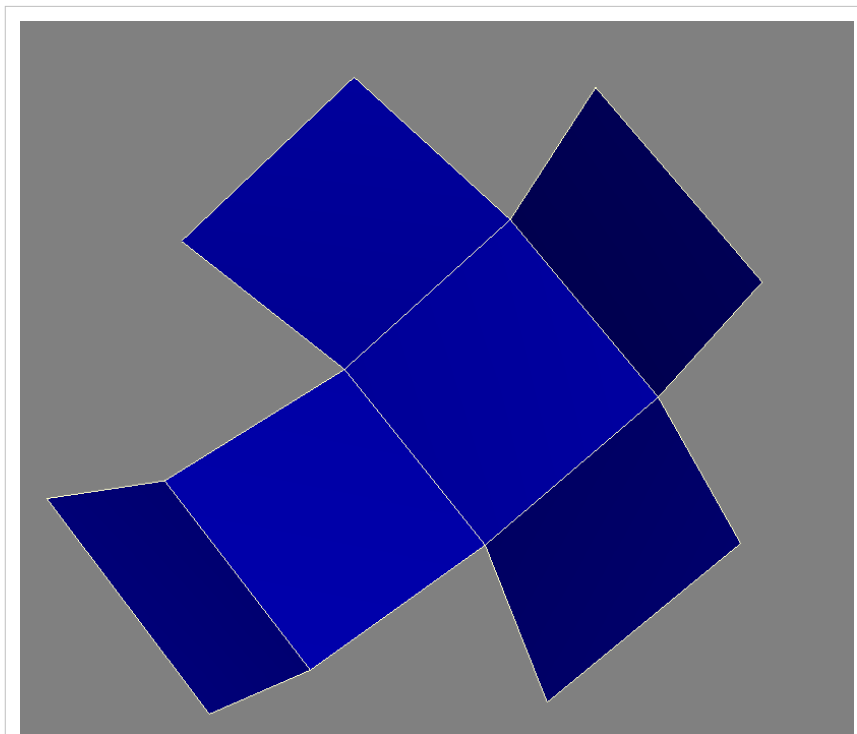


Figura 3: Cubo, planificação

As faces do cubo são quadrados.

O dual do cubo é o octaedro e reciprocamente.

Ver

- Cubo em Sólidos geométricos ^[1]

Criada em 21 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Octaedro

Referência : Alves, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0601

Autor: Ada Alves

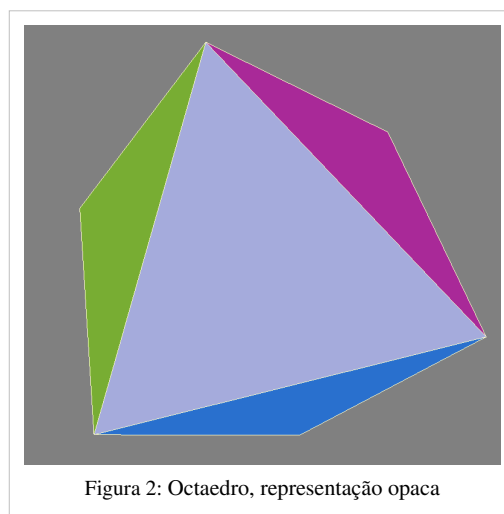
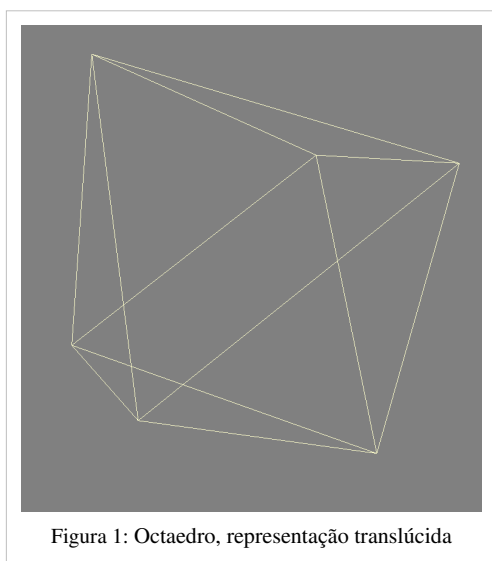
Editor: José Francisco Rodrigues

Octaedro. do gr. *oktáedrōn*, pelo lat. *octaedros*

Octaedro é um poliedro convexo com 8 faces.

Notas

Um octaedro tem 8 faces, 12 arestas, 6 vértices.



O octaedro, juntamente com o dodecaedro, o tetraedro, o cubo e o icosaedro constituem os Sólidos Platônicos.

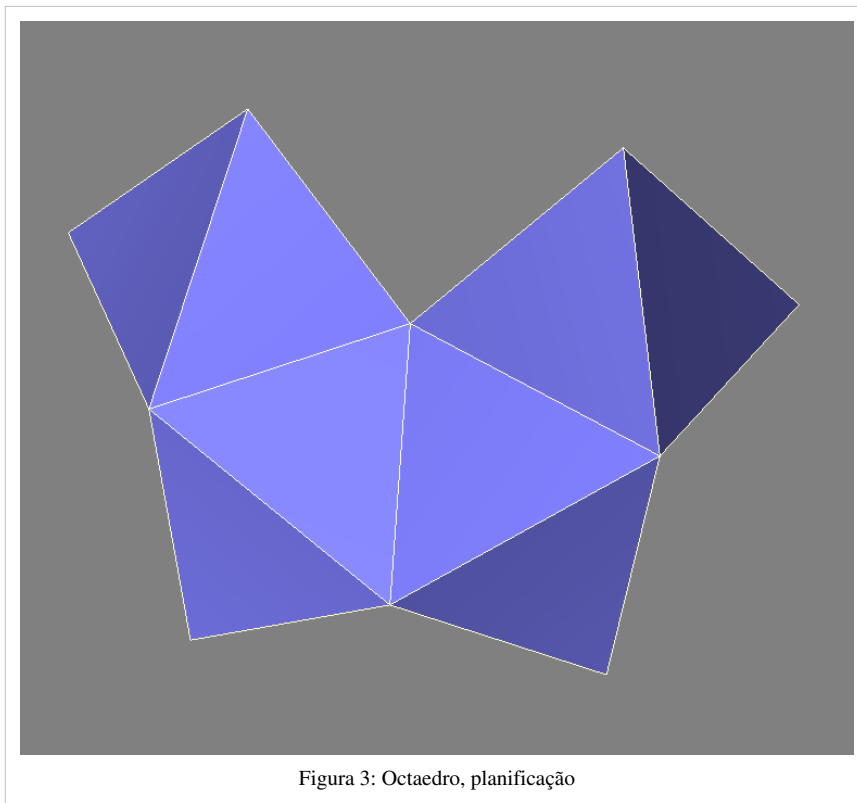


Figura 3: Octaedro, planificação

As faces do octaedro são triângulos equiláteros.

O dual do octaedro é o cubo e reciprocamente.

Ver

- Octaedro em Sólidos geométricos ^[1]

Criada em 22 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Representação algébrica de um número complexo

Referência : Carreira, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0602

Autor: Adelaide Carreira

Editor: José Francisco Rodrigues

Designa-se por **representação algébrica** ou **forma algébrica** de um número complexo (z) a sua representação na forma $(z=x+iy)$, com (x) e (y) números reais, (em termos da parte real e parte imaginária).

Ver

- J. Sebastião e Silva, Compêndio de Matemática, 3º Volume ^[1]

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Referências

- [1] http://www.fc.ul.pt/sites/default/files/fcul/dep/dm/obras_selecionadas/sebastiao_e_silva/compendios_de_matematica/Comp%EAudio%20da%20Matem%EAtica%2C%203%BA%20Volume.pdf

Representação polar (ou trigonométrica) de um número complexo

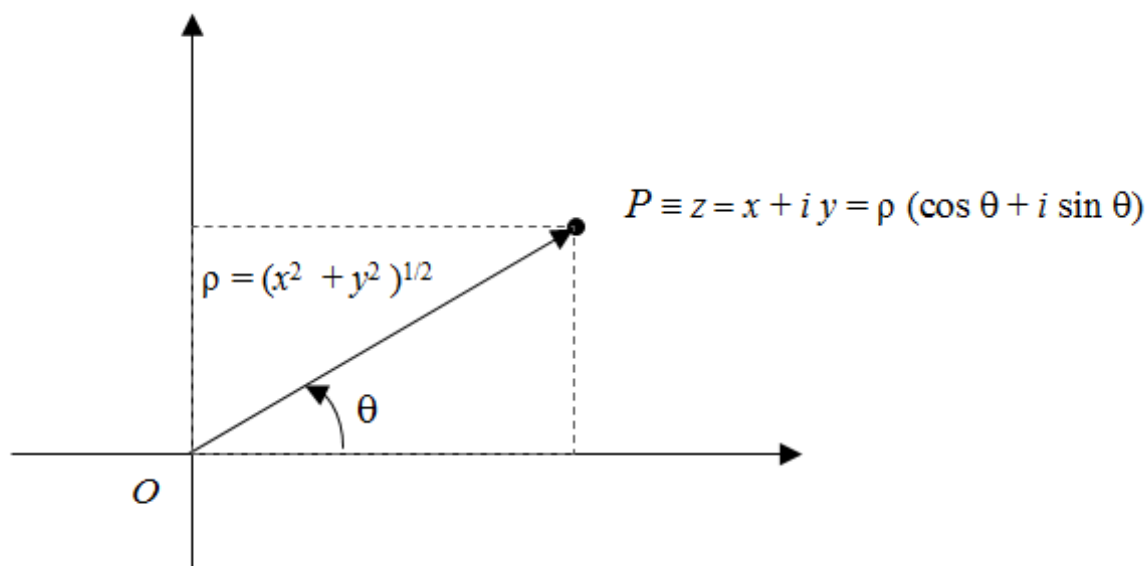
Referência : Carreira, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0603

Autor: Adelaide Carreira

Editor: José Francisco Rodrigues

Designa-se por **representação polar (ou trigonométrica)** ou **forma polar (ou trigonométrica)** de um número complexo (z) a sua representação na forma $(z=\rho(\cos\theta+isin\theta))$, ou abreviadamente, $(z=\rho \operatorname{cis} \theta)$, em que (ρ) é o módulo de (z) , (θ) é um argumento de (z) .

Geometricamente:

**Exemplo:**

Se $z=1-i$ tem-se $|z|=\sqrt{2}$, $\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\sin\theta=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Assim, tomando o argumento principal, $z=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ e, tomando o argumento positivo mínimo, $z=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$.

Ver

- Representação trigonométrica dos números complexos por J. Sebastião e Silva ^[1]
- J. Sebastião e Silva, Compêndio de Matemática, 3º Volume ^[1]

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Referências

[1] <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/images/9/9e/>

P%C3%A1ginas_de_Comp%C3%AAndio_de_Matem%C3%A1tica%2C_3%C2%BA_volume%2C_Cap%C3%ADtulo_II_-representa%C3%A7%C3%A3_trigon.pdf

Unidade imaginária

Referência : Leite Carvalho, M. (2012), WikiCiências, 3(05):0604

Autor: Maria Leite Carvalho

Editor: José Francisco Rodrigues

A notação i foi introduzida por Euler por volta de 1779 para designar as soluções no conjunto dos números complexos $\mathbb{C}$ da equação $x^2 + 1 = 0$ que admitiu serem da forma $x = +\sqrt{-1} = +i$ e $x = -\sqrt{-1} = -i$.

O número complexo i é, geralmente, designado por **unidade imaginária**.

Referências

1. Carreira, A. Nápoles, S. (1998) - *Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*. McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden, J.E., Hoffman, J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*, 3ª edição, W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva, J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Números complexos

Referência : Carreira, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0605

Autor: Adelaide Carreira

Editor: José Francisco Rodrigues

A toda a expressão da forma $x+iy$ em que x e y são números reais e i é a unidade imaginária chama-se **número complexo**.

Ao número real x chama-se parte real do número complexo $z=x+iy$ e escreve-se $\text{Re}(z)=x$.

Ao número real y chama-se parte imaginária do número complexo $z=x+iy$ e escreve-se $\text{Im}(z)=y$.

Denomina-se representação algébrica ou forma algébrica de um número complexo z à sua expressão em função da sua parte real e da sua parte imaginária, $z = \text{Re}(z) + i\text{Im}(z) = x+iy$.

O conjunto dos números complexos é geralmente notado por $\mathbb{C}$, isto é, $\mathbb{C} = \{z=x+iy: x, y \in \mathbb{R}\}$.

Nota

Pode-se estabelecer uma correspondência bijetiva entre $\mathbb{C}$ e $\mathbb{R}^2$, fazendo corresponder a cada número complexo $z=x+iy$ o par ordenado (x,y) .

Ver

- J. Sebastião e Silva, Compêndio de Matemática, 3º Volume ^[1]

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Multiplicação e divisão de números complexos

Referência : Carreira, A. (2012), WikiCiências, 3(05):0606

Autor: Adelaide Carreira

Editor: José Francisco Rodrigues

Para multiplicar e dividir números complexos na forma algébrica basta ter em conta as regras habituais para operar com números reais e a relação $(i^2 = -1)$.

Assim, se $(z = a + ib)$ e $(w = c + id)$, tem-se

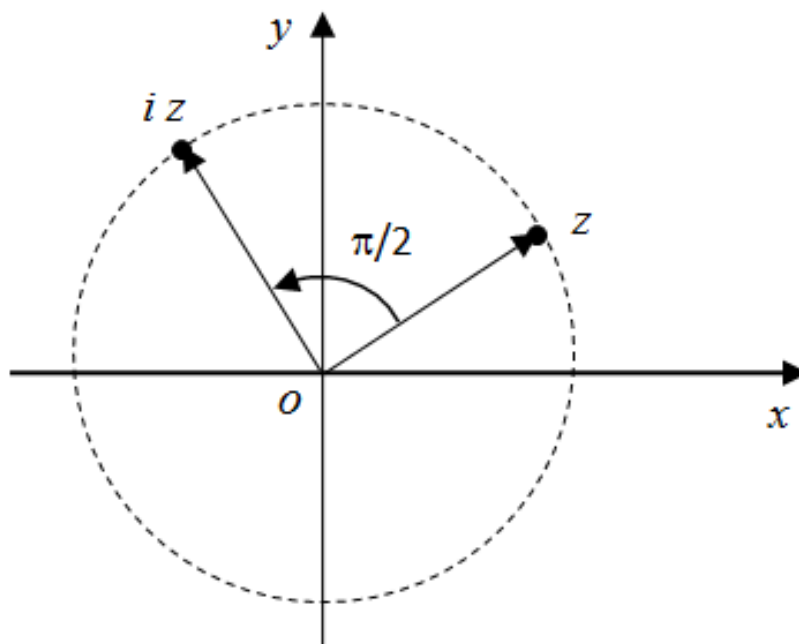
- $z \cdot w = (ac - bd) + i(ad + bc)$
- $\left(\displaystyle \frac{z}{w} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(a + ib)(c - id)}{(c + id)(c - id)} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} \right)$, se $(w \neq 0)$

A multiplicação e divisão de números complexos, na forma polar (ou trigonométrica) calcula-se para $(z = \rho(\cos \alpha + i \sin \alpha))$ e $(w = \rho'(\cos \beta + i \sin \beta))$ do seguinte modo:

- $z \cdot w = \rho \rho'(\cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta))$
- $\left(\displaystyle \frac{z}{w} = \frac{\rho}{\rho'} \left(\frac{\cos \alpha + i \sin \alpha}{\cos \beta + i \sin \beta} \right) \right)$, se $(w \neq 0)$

Nota

Multiplicar um número complexo não nulo pela unidade imaginária (i) traduz-se na rotação de $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ do vetor que o representa, como se indica na figura seguinte.



Ver

- Interpretação geométrica da multiplicação de números complexos por J. Sebastião e Silva ^[1]
- Divisão de números complexos na forma trigonométrica por J. Sebastião e Silva ^[2]
- J. Sebastião e Silva, Compêndio de Matemática, 3º Volume ^[1]

Criada em 28 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Referências

[1] <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/images/f/f1/>

P%C3%A1ginas_de_Comp%C3%AAndio_de_Matem%C3%A1tica%2C_3%C2%BA_volume%2C_Cap%C3%ADtulo_II_-_Interpreta%C3%A7%C3%A3o_geometria.pdf

[2] <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/images/8/80/>

P%C3%A1ginas_de_Comp%C3%AAndio_de_Matem%C3%A1tica%2C_3%C2%BA_volume%2C_Cap%C3%ADtulo_II_-_divisao_de_numeros_complexos_fo.pdf

Adição e subtração de números complexos na forma algébrica

Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(05):0607

Autor: Filipe Ramos

Editor: José Francisco Rodrigues

Para adicionar e subtrair números complexos na forma algébrica, basta ter em conta as regras habituais para operar com números reais e a igualdade $i^2 = -1$.

Assim, sendo $z_1 = x_1 + iy_1$ e $z_2 = x_2 + iy_2$, com $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ tem-se:

- $z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$
- $z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$

Exemplos

Se $z_1 = 3 + i$ e $z_2 = 1 + 2i$, temos:

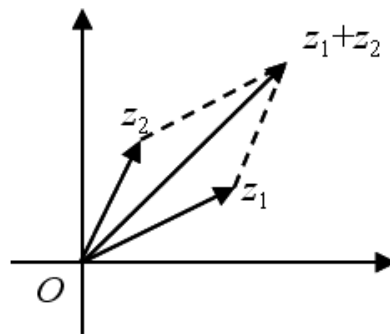
- $z_1 + z_2 = (3 + i) + (1 + 2i) = 4 + 3i$
- $z_1 - z_2 = (3 + i) - (1 + 2i) = 2 - i$

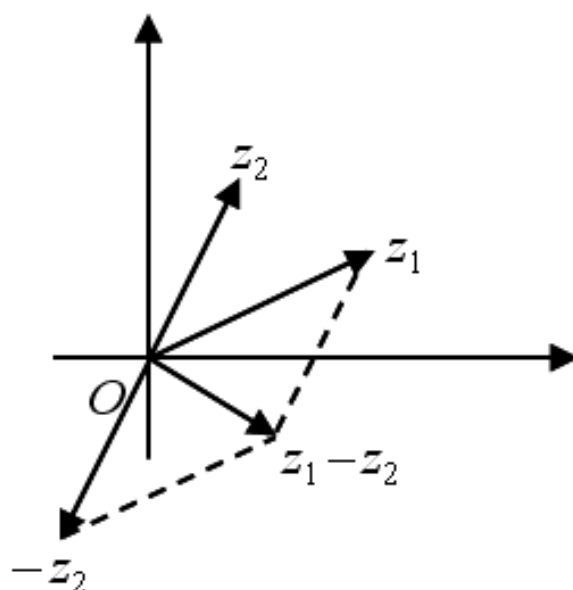
Nota

Os vetores representativos dos números complexos $z_1 + z_2$ e $z_1 - z_2$ são, respetivamente, a soma e a diferença dos vetores representativos dos números complexos z_1 e z_2 .

Se $z_1 = x_1 + iy_1$ e $z_2 = x_2 + iy_2$ são representados respetivamente pelos vetores de coordenadas cartesianas (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , então, o número complexo $z_1 + z_2$ é representado pelo vetor de coordenadas $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ e o número complexo $z_1 - z_2$ é representado pelo vetor de coordenadas $(x_1 - x_2, y_1 - y_2)$.

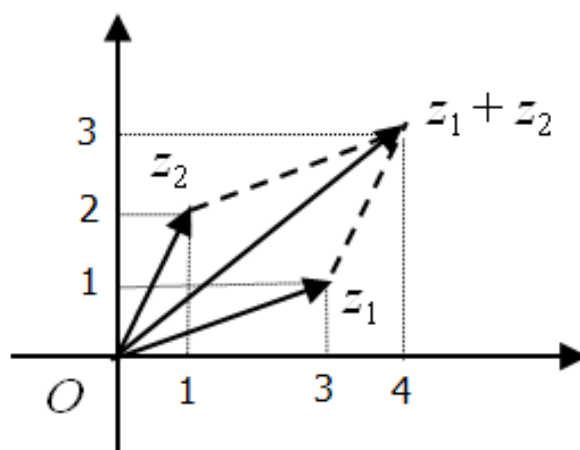
Geometricamente:





Exemplo

No exemplo anterior $z_1 + z_2 = (3+i) + (1+2i) = 4+3i$, temos geometricamente:



Referências

1. Carreira, A. Nápoles, S. (1998) - *Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*. McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden, J.E., Hoffman, J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*, 3ª edição, W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva, J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 07 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Argumento principal de um número complexo

Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(05):0608

Autor: Filipe Ramos

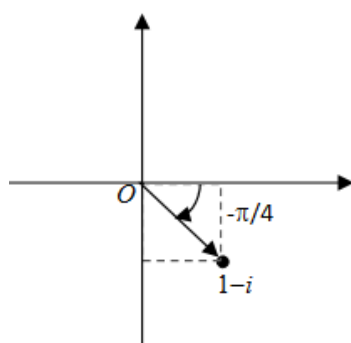
Editor: José Francisco Rodrigues

Designa-se por argumento principal de um número complexo (z) (não nulo) o seu argumento que pertence ao intervalo $(-\pi, \pi]$.

Exemplo

O argumento principal de $(z=1-i)$ é $(\theta=-\frac{\pi}{4})$.

Geometricamente:



Ver

- Argumento de um número complexo
- Argumento positivo mínimo de um número complexo
- Representação polar (ou trigonométrica) de um número complexo

Referências

1. Carreira, A. Nápoles, S. (1998) - *Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*. McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden, J.E., Hoffman, J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*, 3ª edição, W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva, J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 22 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Argumento positivo mínimo de um número complexo

Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(05):0609

Autor: Filipe Ramos

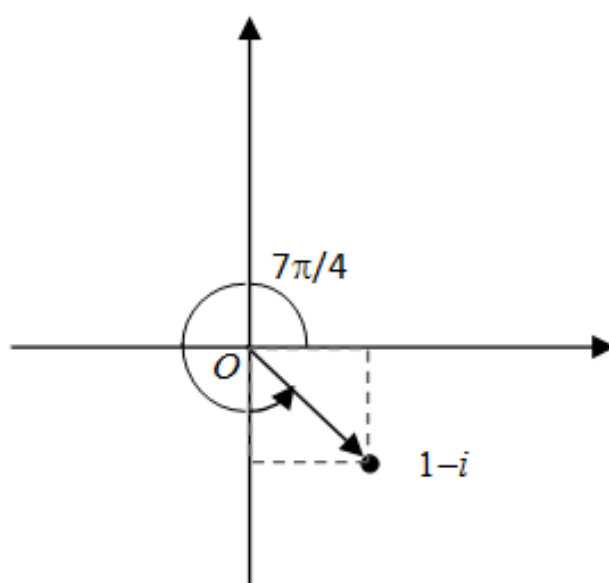
Editor: José Francisco Rodrigues

Designa-se por **argumento positivo mínimo de um número complexo** $\arg(z)$ (não nulo) o seu argumento que pertence ao intervalo $[\![0, 2\pi]\!]$.

Exemplo

O argumento positivo de $z=1-i$ é $\arg(z)=\frac{7\pi}{4}$.

Geometricamente:



Ver

- Argumento de um número complexo
- Argumento principal de um número complexo
- Representação polar (ou trigonométrica) de um número complexo

Referências

1. Carreira, A. Nápoles, S. (1998) - *Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*. McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden, J.E., Hoffman, J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*, 3ª edição, W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva, J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 22 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Argumento de um número complexo

Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(05):0610

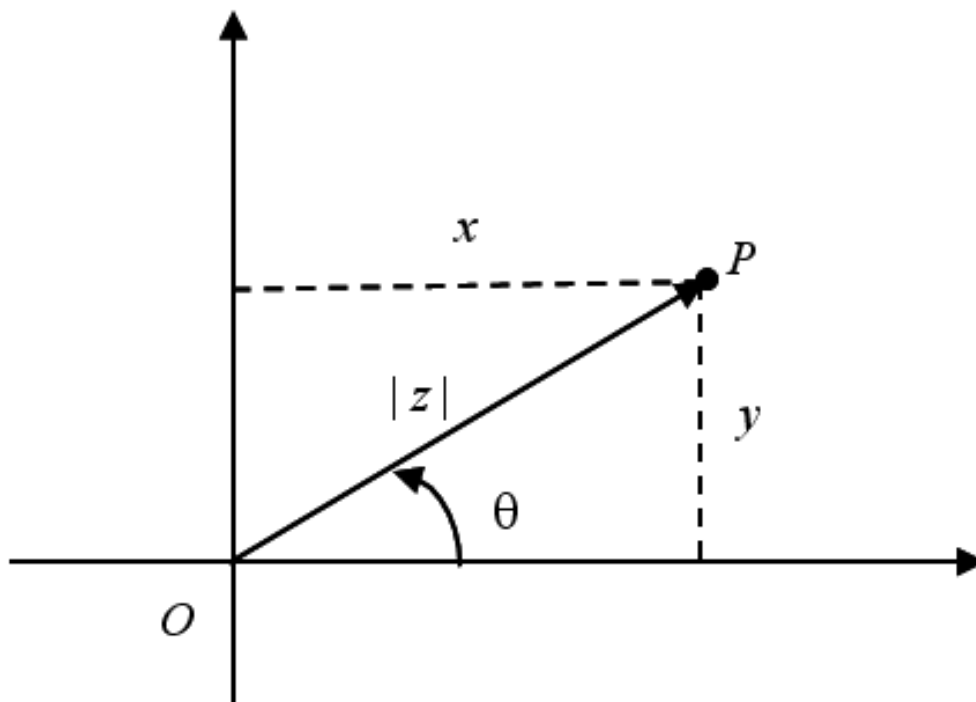
Autor: Filipe Ramos

Editor: José Francisco Rodrigues

Argumento de um número complexo não nulo, $(z = x + i y)$, com (x, y) números reais não simultaneamente nulos, é qualquer número real (θ) tal que $\cos \theta = \frac{x}{|z|}$ e $\sin \theta = \frac{y}{|z|}$, onde $(|z| = \sqrt{x^2 + y^2})$ é o módulo do número complexo (z) .

Escreve-se habitualmente $(\theta = \arg(z))$.

Geometricamente:



Onde (θ) é a amplitude do ângulo, medida em radianos, de vértice na origem, (O) , cujo lado origem é o semi-eixo real positivo e o lado extremidade é a semi-reta (OP) em que (P) é o afixo de z .

Nota

Decorre da definição anterior que para cada número complexo (z) não existe um argumento univocamente determinado pois, se $(\theta = \arg(z))$, também, $(\theta + 2k\pi = \arg(z))$ para qualquer número inteiro (k) .

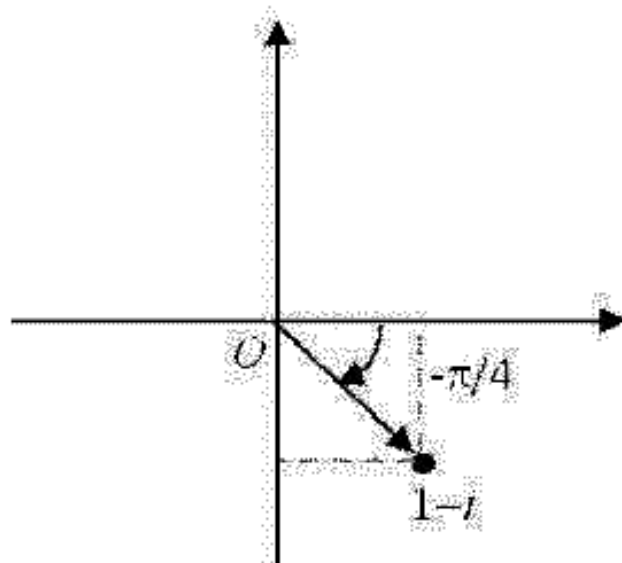
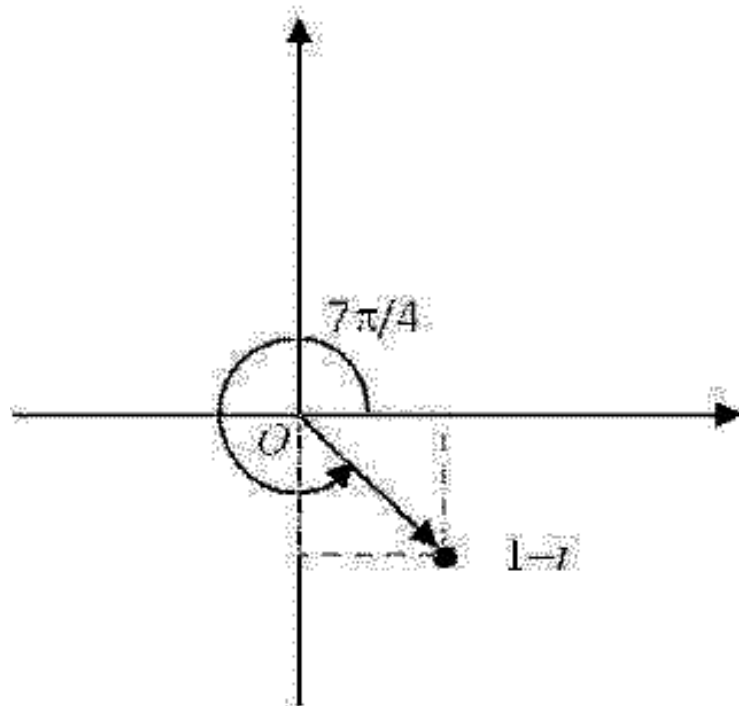
O número complexo $(z = 0)$ tem argumento indeterminado, pois qualquer número real (θ) pode ser um argumento para $(z = 0)$.

Exemplo

O complexo $(z = 1 - i)$, tem por exemplo, os argumentos $(\theta_1 = \frac{7\pi}{4})$, $(\theta_2 = -\frac{\pi}{4})$, $(\theta_3 = \frac{15\pi}{4})$, ou genericamente

$\theta_3 = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$, onde k é qualquer número inteiro.

Geometricamente:



Ver

- Argumento positivo mínimo de um número complexo
- Argumento principal de um número complexo
- Representação polar (ou trigonométrica) de um número complexo

Referências

1. Carreira,A. Nápoles,S.(1998) -*Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*.McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden,J.E., Hoffman,J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*,3ª edição,.W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva,J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 03 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Afixo de um número complexo

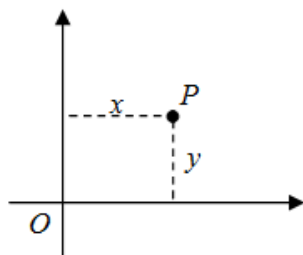
Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(05):0611

Autor: Filipe Ramos

Editor: José Francisco Rodrigues

Afixo de um número complexo $(z=x+iy)$, $(x, y \in \mathbb{R})$, é o ponto (P) do plano cujas coordenadas cartesianas são (x, y) .

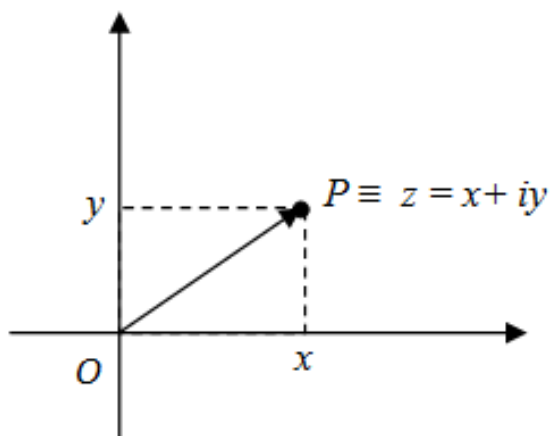
Geometricamente:



O número complexo (z) em questão pode, assim, ser representado pelo vetor do plano de coordenadas (x, y) .

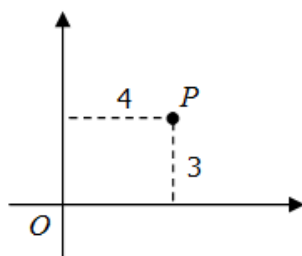
NOTA

- É usual identificar $(z=x+iy)$ com (P) e dizer que (z) pode ser representado pelo vetor $\overrightarrow{OP}$

**Exemplo**

O afixo do número complexo $(z=4+3i)$ é o ponto (P) de coordenadas $(4,3)$

Geometricamente:

**Ver**

- Representação algébrica de um número complexo
- Plano complexo (ou plano de Argand ou plano de Gauss)
- Representação geométrica de um número complexo

Referências

1. Carreira,A. Nápoles,S.(1998) -*Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*.McGraw-Hill, ISBN:972-8298-69-2.
2. Marsden,J.E., Hoffman,J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*,3ª edição,.W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva,J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 03 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Conjugado de um número complexo

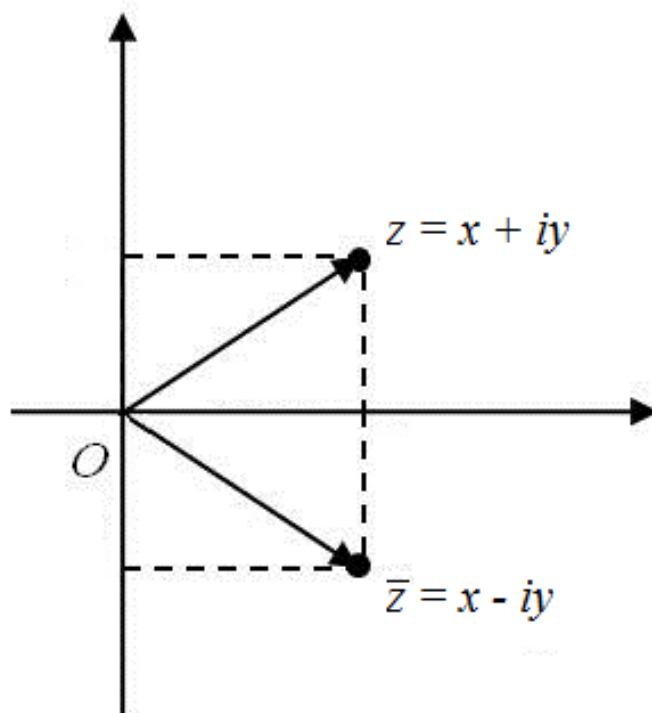
Referência : Ramos, F. (2012), WikiCiências, 3(05):0612

Autor: Filipe Ramos

Editor: José Francisco Rodrigues

Considerando um número complexo $z = x + iy$, com $x, y \in \mathbb{R}$, o seu conjugado, escrito na forma algébrica, é o número complexo $\bar{z} = x - iy$.

Geometricamente:



Nota

- O conjugado de um número complexo cuja parte imaginária é nula (número real) é o próprio número, pois sendo $z = x$, temos $\bar{z} = x$.
- O conjugado de um número complexo cuja parte real é nula (imaginário puro), $z = iy$, é $\bar{z} = -iy$.

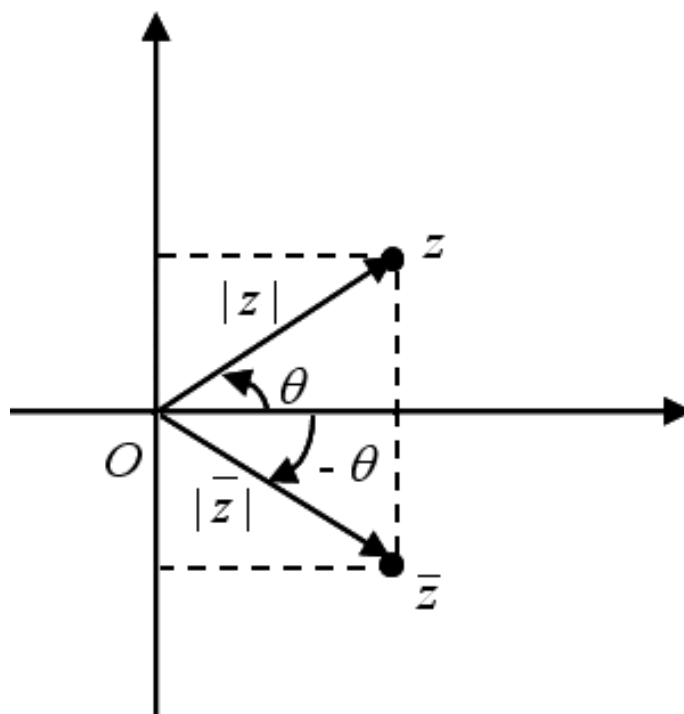
Se z é um número complexo não nulo e $\theta = \arg(z)$ tem-se, na forma trigonométrica,

$$z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta) \text{ e } \bar{z} = |z|(\cos\theta - i\sin\theta).$$

Como $|z| = |\bar{z}|$, $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ (a função seno é ímpar) e $\cos(-\theta) = \cos\theta$ (a função cosseno é par), tem-se:

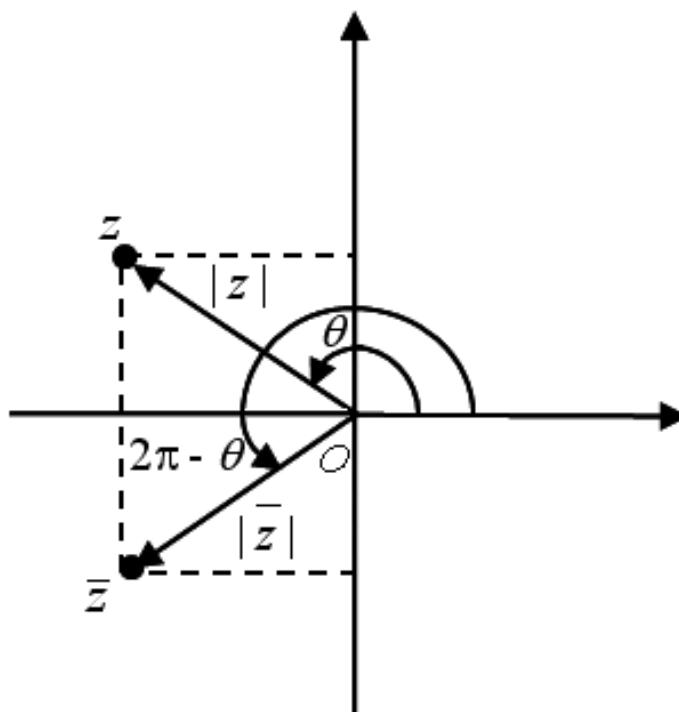
$$\bar{z} = |z|(\cos\theta - i\sin\theta) = |\bar{z}|(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta)),$$

pelo que $(-\theta)$ é um argumento de $\bar{z}$.

**Nota**

Caso se considere θ o argumento positivo mínimo do número complexo z , $\theta \in [0, 2\pi]$, então, o argumento mínimo de $\bar{z}$ é $(2\pi - \theta)$.

Considerando, por exemplo, z um número complexo do segundo quadrante, tem-se, geometricamente:



Se um número complexo z , não nulo, está expresso na forma exponencial $z = |z| e^{i\theta}$, onde $\theta = \arg(z)$, o seu conjugado $\bar{z}$, na forma exponencial, é $\bar{z} = |z| e^{-i\theta}$.

Em particular, o conjugado do número complexo $z = e^{ix}$, com $x \in \mathbb{R}$, é $\bar{z} = e^{-ix}$.

Propriedades

Para dois números complexos, $\overline{z}$ e $\overline{w}$, tem-se:

1. $\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}$
2. $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$
3. $\overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{w}}$ se $w \neq 0$
4. $\overline{\overline{z}} = z$
5. $\overline{z} = \overline{\overline{z}}$
6. $|\overline{z}| = |z|$
7. $\operatorname{Re}(\overline{z}) = \operatorname{Re}(z)$
8. $\operatorname{Im}(\overline{z}) = -\operatorname{Im}(z)$
9. $\arg(\overline{z}) = -\arg(z) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ se $z \neq 0$

Referências

1. Carreira, A. Nápoles, S. (1998) - *Variável Complexa: Teoria Elementar e Exercícios Resolvidos*. McGraw-Hill, ISBN: 972-8298-69-2.
2. Marsden, J.E., Hoffman, J.M. (1998) - *Basic Complex Analysis*, 3ª edição, W.H. Freeman and Company. ISBN-10: 0-7167-2877-X.
3. Silva, J.S. (1975) - *Compêndio de Matemática*, 1º Volume (2º TOMO), Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Cultura.

Criada em 22 de Fevereiro de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 28 de Maio de 2012

Cabeça de destilação

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0613

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma cabeça de destilação (ver figura 1) é uma peça de vidro habitualmente indispensável em qualquer montagem experimental de destilações (ver figura 2). Esta peça de vidro faz a ligação entre o balão (onde a mistura é levada à ebulição) e o condensador (onde ocorre a condensação do destilado) e tem uma abertura (socket) para suportar um termómetro à entrada do condensador.

Existem, basicamente, dois tipos de cabeças de destilação: a cabeça de destilação simples e a de Claisen. Esta é utilizada principalmente para destilações com colunas de fracionamento (colunas de Vigreux, por exemplo) e em refluxos.

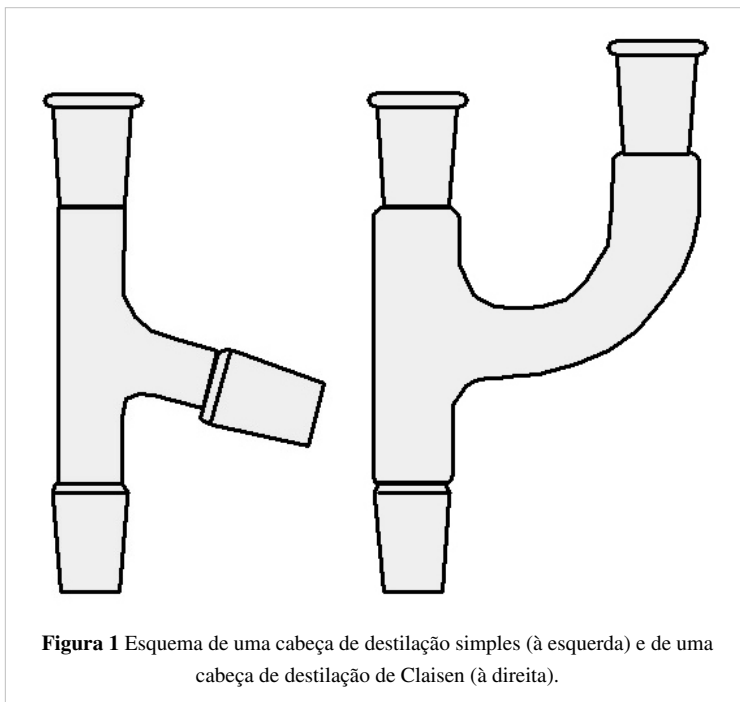
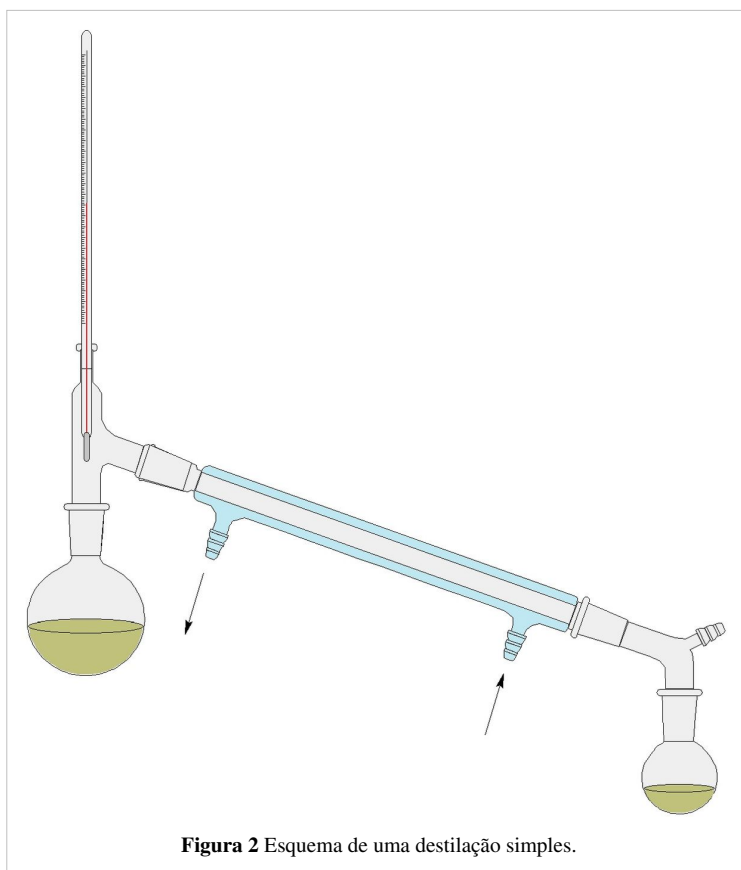


Figura 1 Esquema de uma cabeça de destilação simples (à esquerda) e de uma cabeça de destilação de Claisen (à direita).



Criada em 30 de Abril de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 29 de Maio de 2012

Cadinho

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0614

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um cadinho (ver figura 1) é um pequeno recipiente, com forma de pote, que é utilizado para aquecer sólidos a temperaturas bastante elevadas. Estes podem ser feitos de metal ou de cerâmica mas nos laboratórios é mais comum encontrarem-se cadinhos de cerâmica, especialmente de porcelana.^[1]

Os cadinhos são, habitualmente, reutilizáveis. No entanto, certas reações químicas podem danificar o cadinho (manchas ou alterações estruturais, ver figura 2) pelo que, nestes casos, deve ser descartado.^[1]

Os cadinhos são aquecidos, normalmente, por contacto direto de uma chama de um bico de gás. Apesar de muito resistentes a elevações de temperatura, os cadinhos não possuem uma grande resistência mecânica, pelo que é necessário cuidado ao escolher um suporte para os sustentar. Habitualmente, a melhor solução é um anel metálico triangular coberto com 3 tubos cerâmicos, o que confere ao cadinho mais estabilidade e menores alterações bruscas de temperatura.^[1]

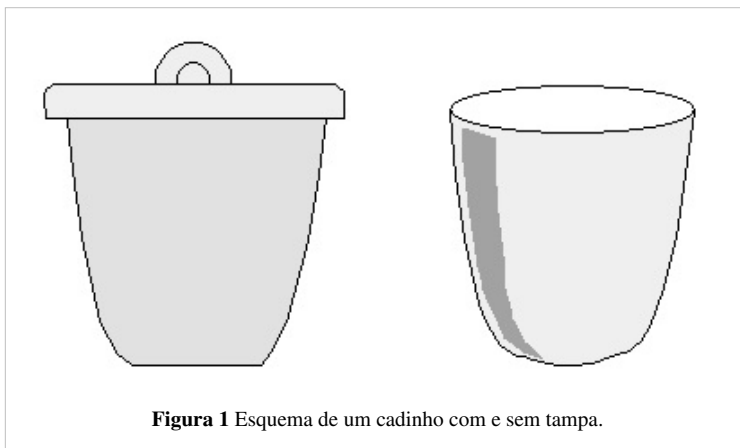


Figura 1 Esquema de um cadinho com e sem tampa.



Figura 2 Cadinho de porcelana.

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, **ISBN: 978-0-596-51492-1**.

Criada em 30 de Abril de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 29 de Maio de 2012

Conta-gotas

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0615

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Um conta-gotas (ver figura 1) é um instrumento bastante utilizado em laboratório para transferência de pequenos volumes de substâncias no estado líquido.

Os conta-gotas são geralmente formados por um tubo de vidro estreito ligado a uma teta maleável (habitualmente feita de borracha).

O conta-gotas está habitualmente encastrado na rolha de rosca dos frascos de reagentes utilizados em pequenas porções (como é o caso dos indicadores colorimétricos de ácido-base).



Figura 1 Conta-gotas.

Criada em 02 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 29 de Maio de 2012

Espátula

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0616

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma espátula (ver figura 1) é um utensílio destinado a transferir pequenas porções de substâncias sólidas.^[1] Este instrumento serve, basicamente, como uma colher.

Existem diferentes tipos de espátulas sendo de destacar a microespátula, utilizada para transferir quantidades muito pequenas de sólidos, e a macroespátula, utilizada para a transferência de sólidos em maiores quantidades.

As espátulas laboratoriais são úteis para retirar amostras de frascos pequenos e para a aplicação de culturas ou outras misturas em lâminas para visualização num microscópio.

As espátulas também podem ser utilizadas para raspar restos de materiais biológicos ou precipitados e outros resíduos aderentes. A grande maioria das espátulas utilizadas em laboratório é resistente a ácidos, bases e outros agentes.



Figura 1 Micro e macro espátulas.

Referências

1. R. Thompson, *Illustrated guide to home chemistry experiments: all lab, no lecture*, Beijing Cambridge: MakeBooks/O'Reilly, 2008, **ISBN: 978-0-596-51492-1**.

Criada em 02 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 29 de Maio de 2012

Placa de Petri

Referência : Ribeiro, D. (2012), WikiCiências, 3(05):0617

Autor: Daniel Ribeiro

Editor: Jorge Gonçalves ^[1]

Uma placa de Petri é uma peça de vidro ou plástico, de formato idêntico a pequeno prato de bordas verticais (ver figura 1). Estas placas usam-se principalmente para desenvolver meios de cultura bacteriológicos e para realizar reacções em escala reduzida.

Podem tapar-se com outra placa ligeiramente maior, constituindo uma caixa de Petri. As placas de Petri devem o seu nome a uma homenagem feita ao bacteriologista alemão Julius Richard Petri (1852 – 1921).

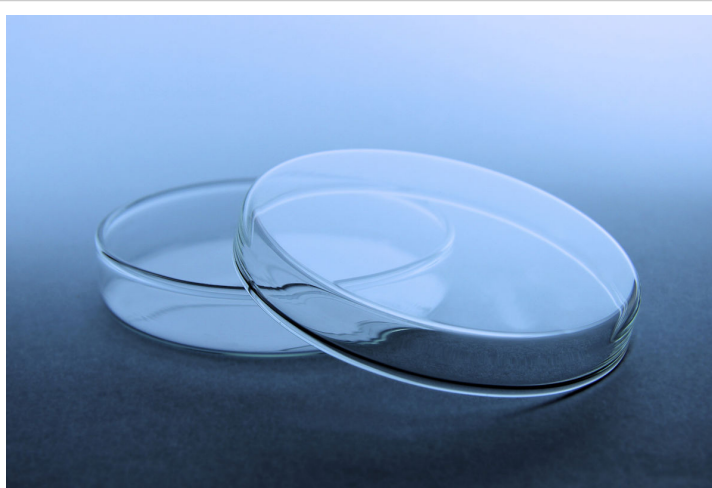


Figura 1 Duas placas de Petri.

Criada em 02 de Maio de 2012

Revista em 28 de Maio de 2012

Aceite pelo editor em 29 de Maio de 2012

Fontes e Editores da Página

Progressão harmónica *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15025> *Contribuidores:* Admin

Progressão aritmética *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=25286> *Contribuidores:* Admin

Progressão geométrica *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=25287> *Contribuidores:* Admin

Sucessão *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=25300> *Contribuidores:* Admin

Sucessão convergente *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=25301> *Contribuidores:* Admin

Abundância isotópica *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=16179> *Contribuidores:* Admin

Balão *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15319> *Contribuidores:* Admin

Cuba *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15321> *Contribuidores:* Admin

Protecção Catódica *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15323> *Contribuidores:* Admin

Almofariz e pilão *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15587> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Ampola de separação *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15588> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Garrafa de esguicho *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15589> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Amostra *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15889> *Contribuidores:* Admin

Amostragem (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15890> *Contribuidores:* Admin

Parâmetro (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15891> *Contribuidores:* Admin

Amplitude interquartil *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15892> *Contribuidores:* Admin

Dados bivariados *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15893> *Contribuidores:* Admin

População (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15894> *Contribuidores:* Admin

Média (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15895> *Contribuidores:* Admin

Valor médio (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=16001> *Contribuidores:* Megm

Variável aleatória *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15897> *Contribuidores:* Admin

Estatística *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=16002> *Contribuidores:* Megm

Fenómeno aleatório *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15899> *Contribuidores:* Admin

Experiência aleatória *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15900> *Contribuidores:* Admin

Coefficiente de correlação amostral *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15901> *Contribuidores:* Admin

Diagrama ou gráfico de dispersão *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15902> *Contribuidores:* Admin

Distribuição (Estatística) *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15903> *Contribuidores:* Admin

Variância amostral *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15904> *Contribuidores:* Admin

Variância populacional *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15905> *Contribuidores:* Admin

Parte real de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15825> *Contribuidores:* Rodrigue

Módulo de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15827> *Contribuidores:* Rodrigue

Dodecaedro *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15854> *Contribuidores:* Admin

Tetraedro *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15855> *Contribuidores:* Admin

Cubo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15859> *Contribuidores:* Admin

Octaedro *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15862> *Contribuidores:* Admin

Representação algébrica de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=22083> *Contribuidores:* Admin

Representação polar (ou trigonométrica) de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=24372> *Contribuidores:* Admin

Unidade imaginária *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15837> *Contribuidores:* Rodrigue

Números complexos *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=22082> *Contribuidores:* Admin

Multiplicação e divisão de números complexos *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=24109> *Contribuidores:* Admin

Adição e subtração de números complexos na forma algébrica *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15840> *Contribuidores:* Rodrigue

Argumento principal de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15841> *Contribuidores:* Rodrigue

Argumento positivo mínimo de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15842> *Contribuidores:* Rodrigue

Argumento de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15843> *Contribuidores:* Rodrigue

Afixo de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15844> *Contribuidores:* Rodrigue

Conjugado de um número complexo *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15845> *Contribuidores:* Rodrigue

Cabeça de destilação *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15876> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Cadinho *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15877> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Conta-gotas *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15880> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Espátula *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15882> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Placa de Petri *Fonte:* <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?oldid=15883> *Contribuidores:* Jmgoncalves

Image:Esquema de uma destilação simples.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Esquema_de_uma_destilação_simples.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Esquema de um cadinho.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Esquema_de_um_cadinho.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Cadinho.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Cadinho.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Conta-gotas.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Conta-gotas.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Espátulas.jpg Fonte: <http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Espátulas.jpg> Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Image:Caixa de Petri.jpg Fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php?title=Ficheiro:Caixa_de_Petri.jpg Licença: desconhecido Contribuidores: Daniel.ribeiro

Licença

Creative Commons - Atribuição - Uso Não Comercial - Partilha nos Mesmos Termos
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>
