Chamaremos *distribuição relativa* (num corpo $\mathcal{R}$) a toda a distribuição $\Phi(A)$ em $\mathcal{R}$ que verifique a condição suplementar seguinte:

3) – $\Phi(U) = 1$ (sendo U o universo, como já foi dito).

É fácil ver que, de cada distribuição $\Phi(A)$ em $\mathcal{R}$, se deduz uma distribuição relativa, $\phi(A)$, em $\mathcal{R}$, pondo

$$\phi(A) = \frac{\Phi(A)}{\Phi(U)}, \text{ sendo } U \text{ o universo.}$$

Do teorema anterior deduz-se o seguinte

COROLÁRIO. *Se $\Phi(A)$ é uma distribuição relativa, tem-se sempre*

$$\Phi(\tilde{A}) = 1 - \Phi(A).$$

A dedução faz-se exactamente como no caso particular das frequências relativas (n.° 5).

10. Soma de conjuntos não disjuntos (atributos ou acontecimentos compatíveis)

Seja $\mu(A)$ uma distribuição definida num corpo $\mathcal{R}$ de conjuntos. Sendo A, B dois conjuntos de $\mathcal{R}$, o uso da fórmula

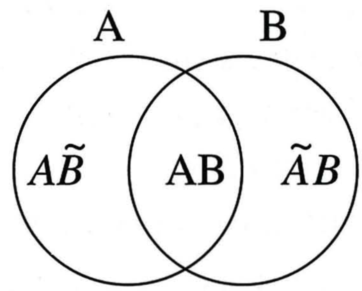
$$\mu(A + B) = \mu(A) + \mu(B)$$

exige a restrição de que A e B sejam disjuntos. Como proceder, porém, no caso geral? Já atrás (n.° 5) se nos pôs esta questão a propósito dum exemplo comezinho.

Basta notar que se tem, necessariamente,

$$A = A\tilde{B} + AB, \quad B = AB + \tilde{A}B, \quad A + B = A\tilde{B} + AB + \tilde{A}B.$$

Como os conjuntos $A\tilde{B}$, AB, $\tilde{A}B$ são disjuntos dois a dois, ter-se-á:



$$\mu(\mathrm{A}) = \mu(A\tilde{B}) + \mu(AB),\ \mu(B) = \mu(AB) + \mu(\tilde{A}B),$$
$$\mu(A + B) = \mu(A\tilde{B}) + \mu(AB) + \mu(\tilde{A}B)$$

donde $\mu(A\tilde{B}) = \mu(A) - \mu(AB)$, $\mu(\tilde{A}B) = \mu(B) - \mu(AB)$ e, portanto,

$$\mu(A + B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(AB).$$

Para o caso de 3 conjuntos *A, B, C,* bastará aplicar esta fórmula duas vezes:

$$\begin{aligned}\mu(A + B + C) &= \mu[A + (B + C)] = \mu(A) + \mu(B + C) - \mu[A\,(B + C)]\\ &= \mu(A) + \mu(B) + \mu(C) - \mu(BC) - \mu(AB + AC).\end{aligned}$$

Como

$$\mu(AB + AC) = \mu(AB) + \mu(AC) - \mu(ABC),$$

virá, por último

$$\begin{aligned}\mu(A + B + C) = \mu(A) + \mu(B) + \mu(C) - \mu(AB) -\\ - \mu(AC) - \mu(BC) + \mu(ABC).\end{aligned}$$

Consideremos agora, em geral, p conjuntos quaisquer, $A_1, A_2, \ldots, A_p$, de $\mathcal{R}$. Por indução, chega-se à fórmula seguinte:

$$\mu\left(\sum_i^p A_i\right) = \sum_i \mu(A_i) - \sum_{i<j} \mu(A_i A_j) + \sum_{i<j<k} \mu(A_i A_j A_k) - \cdots$$
$$\cdots + (-1)^{p-1}\,\mu(A_1 A_2 \ldots A_p)$$

que, no seu domínio inicial foi descoberta pelo matemático português DANIEL DA SILVA, que a indica no seu trabalho *"Propriedades gerais e resolução directa das congruências binómias: Introdução ao estudo da teoria dos números"*.

É claro que estes resultados se aplicam, *mutatis mutandis*, ao caso dos atributos ou acontecimentos compatíveis.